

KappAbel



2000 - 2003

Fra Norsk til Nordisk

Oppgavesamling fra KappAbel- konkurransene 2000-2003

KappAbel


Nasjonalt Senter for
Matematikk i Opplæringen

Bruk boka til glede og inspirasjon,
til samarbeid og moro med matematikk.

Ingvill M. Stedøy

Faglig ansvarlig: Ingvill M. Stedøy

Oppgavene er utviklet av:

Ingvill M. Holden, Nils Kristian Rossing og Svein Torkildsen

Alle fotografiene er tatt av Nils Kristian Rossing.

Hftet er redigert av Pål Erik Lauritzen Ekholm.

2004© Nasjonalt Senter for Matematikk i Opplæringen

Trykk: NTNU-trykk

ISBN: 82-471-6009-9

Innledning

Bakgrunn

Målgruppen for KappAbel er elever i nest siste år av den obligatoriske skolen. I Norge er dette 9. klasse, og elevene er 14 til 15 år (fyller 14 år det året de starter 9. klasse). Nettopp i denne aldersgruppen finner vi mange umotiverte elever som kjeder seg på skolen. Mange lærere finner det vanskelig å få dem til å gløde for matematikken. Motivasjonen er ofte bygd opp med trussel om dårlige karakterer hvis de ikke jobber, og at "alle" sier at matematikk er viktig.

Mange elever oppfatter matematikk som kjedelig og lite relevant. Det er ofte lærebokstyrt undervisning, og lærerne føler et tidspress i forhold til de faglige målene i læreplanene.

En ting som kjennetegner aldersgruppen, er behov for aksept av jevnaldrende. Venner er viktigere enn alt annet, og gruppetilhørighet preger deres hverdag. Dette er momenter vi har tatt hensyn til når vi utviklet konkurransen som en konkurranse der hele klassen deltar som et samlet lag.

I 1997 ble KappAbel "født" på initiativ av lærer Ivar Salvesen ved Froland ungdomsskole. Hans bekymring for svake resultater blant norske elever i internasjonale undersøkelser, gjorde at han tok initiativet til en konkurranse for elever i 9. klasse i de to Agder-fylkene. De første årene eksisterte KappAbel som en oppgavekonkurranse for lag.

KappAbel har eksistert i sin nåværende form siden Verdens matematikkår i 2002, da konkurransen for første gang ble nasjonal. Den gangen hadde Institutt for matematiske fag ved Norges teknisk- naturvitenskapelige universitet (NTNU) i Trondheim ansvaret for hele konkurransen, både det faglige ansvaret, og regien og gjennomføringen av det praktiske arrangementet. Øyvind Solberg var ansvarlig for konkurransen. Det ble etablert et samarbeid med Knut Hassel-Nielsen ved Institutt for datateknikk og informatikk (IDI), og dette samarbeidet har fortsatt siden. Han har utviklet systemet for den nettbaserte delen av konkurransen.

Fra 2003 har konkurransen vært drevet som et samarbeidsprosjekt mellom Froland verk kultursenter og matamtikkmiljøet ved NTNU. Froland verk kultursenter, har hatt ansvaret for alt det praktiske i forbindelse med arrangementet og for den dirkede kontakten med skolene. De har også stått for organiseringen av utstillingen i forbindelse med prosjektkonkurransen. Froland har de siste årene ansatt en prosjektleder på heltid. Han er administrativt ansvarlig for gjennomføringen av konkurransen hvert år, og er også med

som konsulent på oppgavene. Prosjektlederen, Roald Buvig, har også bidratt med oppgaver til innledende runder.

Institutt for matematiske fag ved NTNU er faglig ansvarlig for konkurransen. Ingvill Stedøy ved Nasjonalt senter for matematikk i opplæringen (NSMO) er ansvarlig for utvikling av oppgavene og tema for prosjektarbeidet for hele konkurransen, og for utvikling av materiell til semifinalene og finalene. Dette skjer i nært samarbeid med LAMIS, der spesielt Svein Torkildsen har vært og er en viktig del av gruppa som har utarbeidet oppgavene. Nils Kristian Rossing ved Skolelaboratoriet ved NTNU og Vitensenteret i Trondheim var med på den faglige delen av KappAbel de tre første årene. Han gjorde en fantastisk jobb og hadde hovedansvaret for finaleoppgavene. Vitensenteret var arena for prosjektfremføring og -utstilling i 2000. Institutt for matematiske fag har hvert år stilt med fagdommer, Lisa Lorentzen, til finalen.

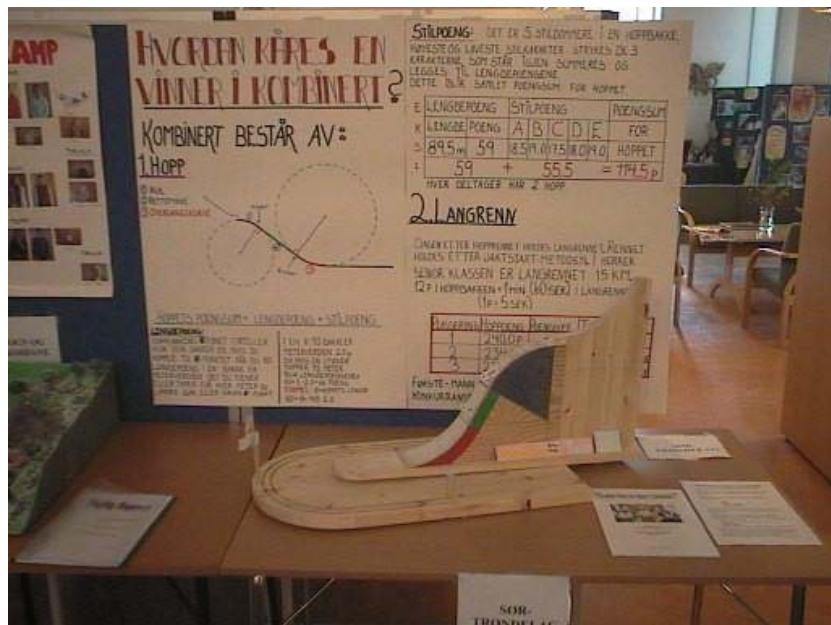
Innledende runder

Konkurransen starter hvert år om høsten (november) med den første innledende runden. Da blir åtte oppgaver lagt ut på nettsidene til KappAbel. Klassene som vil være med, får utdelt et passord, slik at klassens matematikklærer kan få tilgang på oppgavene og skrive dem ut til klassen. Hele klassen skal arbeide med oppgavene, gjerne i grupper, og bli enige om hva de skal svare på hver av de åtte oppgavene i løpet av 90 minutter. Læreren sender inn klassens besvarelse via internett, og får umiddelbart tilbakemelding om hvor mange poeng klassen har oppnådd. Elevene vet ikke hvilke oppgaver de eventuelt har svart feil på, og dette gir spennende og livlige diskusjoner i klassen fram til et løsningsforslag blir lagt ut to uker etter at oppgavene ble tilgjengelig for deltakerskolene.

Alle klassene går videre til andre runde. Oppgavene for denne runden har de siste årene blitt lagt ut på nettsidene i januar. Andre runde foregår på nøyaktig samme måte som første runde. Den samlede poengsummen for de to innledende rundene avgjør hvilke klasser som går videre til semifinalen. I de innledende rundene konkurrerer klassene fylkesvis, og klassene med høyest poengsum i hvert fylke går videre. Dersom flere klasser har samme poengsum, blir det avgjort ved loddtrekning.

Semifinalen

Klassene som går videre i konkurransen, skal gjennomføre et klasseprosjekt med oppgitt tema. Prosjektet skal føre fram til et produkt som skal sendes inn til en jury, vurderes, og bli en del av en utstilling som er åpen for publikum under finaledagene. I tillegg skal de levere en prosesslogg med beskrivelse av arbeidet, og en faglogg der matematikkinnholdet i prosjektet skal synliggjøres. Disse blir også vurdert av en jury.



Matematikk og sport var tema for prosjektet i 2002. Her er produktet til laget fra Selbu ungdomsskole i Sør-Trøndelag. Foto: Nils Kristian Rossing

I april skal klassene sende to jenter og to gutter til Arendal og Froland, der de skal representere klassene sine under semifinale- og finalearrangementet. I løpet av en dag skal disse gruppene delta i oppgavedelen av semifinalen og presentere prosjektene sine muntlig for en jury, og med de andre semifinalistene til stede som publikum. Oppgavedelen foregår i en stor idrettshall der hver gruppe sitter sammen rundt et bord. Det er en slags matematikkstafett der en og en oppgave skal løses og leveres skriftlig, i tur og orden i løpet av 90 minutter. Lagene må selv avgjøre hvor lang tid de vil bruke på hver enkelt oppgave. Oppgavene er problemløsningsoppgaver av varierende vanskelighetsgrad, og skal som regel løses ved hjelp av noe utdelt materiell.

Totalsummen av poengene fra klasseprosjektet (utstillingsprodukt, logger og presentasjon) og oppgavedelen av semifinalen, avgjør hvilke tre lag som går videre til finalen.

Finalen

Den store finalen foregår med lagene sittende fremme på en scene, og med publikum i salen. I 2000 var finalen i et stort auditorium ved NTNU, men deretter har det foregått i Saga kino i Arendal. Ingvill Holden ved NSMO har ledet finalen hvert år, og hatt hovedansvaret for den faglige delen av KappAbel. Finaleleder presenterer oppgavene for lagene og for publikum. De får utdelt utstyr til å løse oppgavene, og i løpet av noen få minutter skal de komme fram til et svar på oppgaven. Publikum blir samtidig utfordret til å prøve og løse oppgavene. Det blir gitt poeng for hver oppgave før den neste blir presentert, slik at lagene og publikum hele tiden kan følge med på stillingen underveis. Slik blir finalen både spennende og utfordrende for publikum såvel som for lagene. Alle finalelagene får flotte pengepremier som de skal ha med hjem til klassene sine. Det er

viktig å understreke at KappAbel er en konkurranse for hele klassen. Med unntak av de to dagene med oppgaveløsning og presentasjon av prosjektene, er hele klassen engasjert i konkurransen.



Vinnerlaget 2003 fra Kirkebygden i Våler (Østfold) besøkte "Bukkerommet" (Niels Henrik Abels rom) på Frolands Verk etter at seieren var sikret.

Foto: Thor Søndena

Nordisk deltagelse

I 2002 ble de fire andre nordiske landene invitert til å delta i KappAbel via Nordisk kontaktkomité for ICME-10 (den 10. internasjonale matematikkongress som skal arrangeres i København den 4. til 11 juli 2004). Anna Kristjansdóttir fra Island (nå professor i matematikdidaktikk ved Høgskolen i Agder) klarte, ved hjelp av sin store entusiasme, dyktighet og arbeidskapasitet, å få KappAbel nesten like stor på Island som den er i Norge, og det allerede første gangen de var med! Det islandske vinnerlaget fikk være med under semifinalen, og kom på andre plass totalt med prosjektdel og oppgavedel. En klasse fra Danmark deltok i innledende runder, men valgte å ikke gå videre med prosjektarbeidet. Ingen klasser var med fra Sverige eller Finland.

KappAbel har blitt litt mer nordisk i 2003. Island er med for fullt, som i fjor. Sverige har avholdt en noe redusert konkurranse, der klassene har gjort prosjektarbeid og deltatt i en slags sammenslått semifinale og finale. Danmark har hatt noen klasser som har deltatt i innledende runder, men ikke gjort prosjektarbeidet. Finland har ikke vært med i år heller.

Vi arrangere en nordisk finale for første gang den 18. og 19. september 2003. Finalen foregikk i Arendal, på samme måten som de nasjonale finalene, med unntak av at lagene også presenterte prosjektet sitt for en nordisk jury. Klassene fikk arbeidere videre med, og forbedre prosjektet sitt mellom den nasjonale og nordiske finalen. Den nordiske finalen foregikk på engelsk. Laget fra Kubikskolan i Sverige vant både prosjektkonkurransen og oppgavekonkurransen, men det var små marginer.

DET SVENSKE LAGET MED SITT PROSJEKT



Nordisk kontaktkomite har søkt og fått midler fra Nordisk ministerråd for å gjøre KappAbel til et helnordisk arrangement. Midlene disponeres av komiteen, og er brukt til å planlegge og gjennomføre nordisk finale i 2003, og bruketil planlegging og gjennomføring av nasjonale finaler I 2004 og nordisk finale under den store internasjonale kongressen ICME-10 i København 2004. Hvert av de nordiske landene har etablert en egen prosjektgruppe for KappAbel. Nettsidene www.KappAbel.com skal gjøres nordiske, og alle landene skal gjennomføre nasjonale konkurranser med de samme oppgavene og til samme tid. Vinnerlagene fra hvert land møtes til nordisk finale i København den 6. juli 2004.

Målet på litt lengre sikt er at minst 50% av alle elevene på det aktuelle alderstrinnet fra hvert land etterhvert skal delta i KappAbel

En unik konkurranseform

KappAbel er helt enestående som konkurranse. Det er en konkurranse som, i motsetning til de fleste andre matematikkkonkurranser, inkluderer og engasjerer hele klassen. Jentene er minst like ivrige til å delta som guttene, og konkurransen stimulerer lærerne til arbeide mer variert med matematikkfaget. Nordisk kontaktkomite har også fått midler til å forske på hvilken betydning deltakelse i KappAbel har for elevene, lærerne og skolene.

KappAbel blir lagt merke til internasjonalt. Som leder av NSMO representerer undertegnede Norge i en gruppe i EU som arbeider med tiltak for økt rekruttering til matematikk, naturfag og teknologi. Der ble KappAbel trukket fram som et strålende eksempel på hvordan også en konkurranse kan være med å øke interessen for matematikk.

Her er hva ekspertene som vurderte de ulike landenes satsing sa om KappAbel:

This project is unusual in that the competition is not only national policy but is designed to involve all students rather than those who are regarded as mathematically able or gifted. Rather than pupils taking part as individuals, moreover, in the initial stage classes participate as a team. Through collaborative processes opportunities for mediated learning are provided as the less able gain support from more able pupils. The early stages make use of computer based activities with whole class collaboration to produce answers which are fed back into the computer for assessment. In this way another of the main disadvantages of competition, anxiety generated by racing against a visible opponent, is avoided.

Other important aspects involved in raising interest and achievement in mathematics are the use of context and the development of higher order thinking skills. The importance of a focus on contextualized practical work in learning and generating interest is addressed in the Norwegian initiative through the use of project work and problem solving in a later round. Thus the important development of higher order thinking skills in mathematics is also taken into account along with the notion of constructivist principles of active learning.

Gender issues are directly addressed at the later stages of the competition as two girls and two boys are selected to represent the class.

A perceived increase in enthusiasm and motivation has been noted through the engagement of students discussing mathematical problems not only in class, but also between and after classes. (John Dakers, UK)

Velkommen som deltakere i KappAbelkonkurransen!

Ingvill M. Stedøy

Faglig leder

Nasjonalt senter for matematikk i opplæringen

NTNU, Trondheim, Norge

Innholdsfortegnelse

	Sidetall
Konkurranseregler	11
Innledende runder	17
Innledende runde 1, 2000.....	19
Innledende runde 2, 2000.....	27
Innledende runde 1, 2001.....	35
Innledende runde 2, 2001.....	40
Innledende runde 1, 2002.....	47
Innledende runde 2, 2002.....	57
Innledende runde 1, 2003.....	65
Innledende runde 2, 2003.....	73
Innledende runde 1, 2004.....	80
Innledende runde 2, 2004.....	89
Semifinaler	99
Semifinale, 2000.....	101
Semifinale, 2001.....	111
Semifinale, 2002.....	123
Semifinale, 2003.....	134
Kopioriginaler 2000 – 2003.....	149
Finaler	173
Finale, 2000.....	175
Finale, 2001.....	189
Finale, 2002.....	208
Finale, 2003.....	223
Nordisk finale 2003	234
Prosjektoppgaver	249
Retningslinjer for prosjektoppgavene.....	251
Bilder fra utstillingene.....	254
Prosjektlogg, eksempel fra Kristiansand 2002.....	257

Konkurranseregler

Hvem kan delta?

Konkurransen er åpen for alle 9. klasser i Norge og Island, og for alle 8. klasser i Danmark, Finland og Sverige. Grønland deltar i den Islandske konkurransen og Alandsøyene deltar i den finske konkurransen. Når en klasse er påmeldt, registreres **klassen** som deltaker.

Hvis en skole har 6 elever eller færre på det aktuelle klassetrinnet, kan yngre elever tillates å delta.

Hvis en skole med mer enn 30 elever på trinnet er organisert i større grupper enn 30, må skolen definere "KappAbel-klasser" med inntil 30 elever i hver "klasse". Elever kan da ikke flyttes fra en "klasse" til en annen så lenge konkurransen pågår, dvs. t.o.m. eventuell deltakelse i den nordiske finalen.

Påmelding

Påmelding til konkurransen gjøres via siden for **registrering** på www.kappabel.com

Kvalifisering

Konkurransen består av to web-baserte kvalifiseringsrunder. Den første foregår om høsten (november) og den andre på nyåret (januar). Oppgavene løses i løpet av 100 minutter en gang i løpet av de to ukene oppgavesettet ligger ute i hver runde. **Når klassen er påmeldt, er den automatisk med i begge kvalifiseringsrundene.**

Oppgavene til de to kvalifiseringsrundene lastes ned **av klassens matematikklærer**. Oppgavesettet kopieres i det antall læreren finner hensiktsmessig.

NB! Arbeidet med besvarelsen skal vare maksimalt 100 minutter. Tiden begynner å løpe idet oppgavene gjøres kjent for elevene.

Hvis flere klasser ved samme skole deltar i KappAbel, må konkurransen organiseres slik at alle deltakende 9. klasser besvarer oppgavene samtidig.

Svarene sendes via internett umiddelbart etter at prøven er holdt. Hver klasse sender inn en felles besvarelse. Klassens matematikklærer skriver inn besvarelsene og sender dem inn.

Merk: I kvalifiseringsrundene gir riktig svar 5 poeng, galt svar gir 0 poeng, mens ubesvart spørsmål gir 1 poeng. På noen oppgaver kan det gis mellom 0 og 5 poeng for delvis riktig svar.

Hvert land lager et system for å velge ut klasser til semifinalene. Et viktig prinsipp er at utvelgelsen skal sikre geografisk spredning. Dette kan gjøres ved å la de to innledende rundene være konkurranse mellom klassene i hvert fylke/amt/läni/län, slik det har blitt gjort i Norge siden oppstarten i 2000. Dersom andre geografiske oppdelinger er mer naturlig, avgjøres dette av de enkelte landene. Dersom det er poenglikhet mellom to eller flere klasser i samme område etter de to kvalifiseringsrundene, blir det loddtrekning for å kåre en fylkesvinner. Eventuell loddtrekning foretas av en offisiell person.

I tilfelle det oppstår feil med elektronisk overføring av klassenes besvarelser, er det viktig at læreren tar en utskrift av klassens svar og sender til prosjektansvarlig.

Tidspunkt og frister for påmelding og innsending av besvarelser finner du på siden for

Påmelding til årets konkurranse ⇒
m/tidsfrister
innenfor hvert enkelt land.

Organisering av konkurransen i klassen

For å oppnå størst mulig deltakelse og engasjement i klassen, foreslår vi at klassen organiseres i grupper på fire mens de løser oppgavene (slik det vil være i semifinalen). Hver gruppe prøver å løse alle oppgavene, men de ulike gruppene kan begynne på forskjellig steder i oppgavesettet, slik at klassen rekker alle oppgavene. På denne måten vil også læreren ha mulighet til å differensiere i forhold til oppgavenes vanskelighetsgrad.

Læreren kan tegne opp et skjema på tavla eller på en overhead over alle oppgavene og de ulike gruppene. Da ser en fort hvor svarene eventuelt skiller seg og hvor elevene må bruke noe tid på å diskutere seg fram til et felles svar innenfor den fastsatte 100-minutters rammen.

Hjelpemidler. Alle hjelpemidler er tillatt. Kommunikasjon ut av klasserommet (internett, mobiltelefon) tillates ikke under konkurransens innledende runder.

Oppgavene skal løses av klassens elever. Alt skal være gjort i løpet av de 100 minuttene.

Semifinale

Alle nordiske land arrangerer nasjonale semifinaler og finaler på samme dager, med samme oppgaver og med samme opplegg for øvrig (se tidsplanen)

Når klassen får vite at de har gått videre til semifinalen, velger de ut 4 elever, 2 jenter og 2 gutter, til å representere klassen under prosjektpresentasjonen og oppgavedelen av semifinalen. De 3 beste lagene i semifinalen går videre til finalen. Semifinaledeltakerne får gratis reise og opphold *til nasjonal semifinale og finale*, som foregår to dager etter hverandre, vanligvis i slutten av april.

NB: I semifinalen starter alle lag på 0 poeng, uavhengig av oppnådd poengsum i kvalifiseringen.

For å kunne delta i semifinale, må klassene gjennomføre en **prosjektoppgave** i matematikk. Krav og regler for bedømmelse av prosjektene er satt opp i eget avsnitt på side 249. Tema for prosjektoppgavene har hittil vært "Matematikk i lokale kunst-, og kultur- eller håndverkstradisjoner", "Matematikk i naturen", "Matematikk i spill og lek", "Matematikk og sport" og "Matematikk og teknologi". Temaet skoleåret 2003/04 er "Matematikk og musikk".

Prosjektoppgaven, som bedømmes av en egen jury, vil telle 50 % i semifinalen. Kreativitet, originalitet, tverrfaglige løsninger og matematisk innhold vil bli premiert.

Den andre halvdelen av semifinalen består av et oppgavesett på 6 til 8 oppgaver som skal løses på 90 minutter. I oppgavedelen av semifinalen har lagene ikke tilgang på noen hjelpemidler annet enn det de får utdelt under semifinalen.

Ved poenglikhet etter semifinalens oppgavedel og prosjektdel, gis lagene ekstra spørsmål inntil de tre finalelagene er klare. Det kreves en stor hall til å arrangere oppgavedelen av semifinalen, siden den foregår som en slags "matematikkstafett", der lagene sitter i grupper, med god avstand til hverandre.

Stafetten: I den store hallen er det et bord til hvert lag. Bordene er plassert i to rader, og en rad med oppgavebord imellom. På hvert oppgavebord er det konvolutter med oppgaver og utstyr til to lag. En persom sitter ved oppgavebordet og sørger for at lagene får utdelt og leverer oppgavene i riktig rekkefølge. En fra hvert lag, kommer fram til bordet og henter første oppgave, tar det med til laget sitt, og laget løser oppgaven. Svaret på oppgave 1 legges i konvolutt, klistres igjen og leveres på oppgavebordet før oppgave 2 kan hentes. Lagene bestemmer selv hvor lang tid de vil bruke på hver oppgave. De har 90 minutter til rådighet på alle oppgavene til sammen.

Den som har ansvaret for oppgavene i hvert land, skal være til stede, forklare reglene for deltakerne, og svare på spørsmål underveis. Det er viktig at oppgaveansvarlig er oppmerksom på eventuelle misforståelser som kan oppstå under veis. Hun/han bør gå rundt mellom lagene og se at alt er riktig forstått.

Når de 90 minuttene har gått, leveres oppgavene til oppgavejuryen, som vurderer dem før prosjektpresentasjonene. Lagene skal ikke få vite sin plassering før ETTER prosjektpresentasjonene.

Finale

I finalen stiller hvert av de tre lagene med fire elever, det samme laget som til semifinalen. Oppgavene i finalen er mer visuelle/praktiske enn i de innledende runder for at publikum i salen lettere skal kunne følge med. Ved poenglikhet i finalen gis ekstraspørsmål inntil rekkefølgen mellom de tre lagene er klar.

I finalen starter alle lag på 0 poeng, uavhengig av oppnådde poengsummer tidligere i konkurransen.

Finalen må foregå i en sal eller hall der lagene kan sitte foran på en scene, og der det er plass til publikum i salen (de lagene som ikke nådde til finalen).

Premiering

Alle klasser som deltar i KappAbel, får diplom. Diplomene distribueres av den norske prosjektledelsen i Froland.

De klasser fra hele Norden som innen en oppgitt frist sender inn kopi av svarkvitteringen innen en gitt frist, er med i trekningen ut fem pengepremier. Det trekkes ut fem klasser i hver av de to kvalifiseringsrundene

Alle lagene som kommer til finalen blir premiert. Premiene som lagene vinner, er til klassene som lagene representerer og er ment å skulle komme hele klassen til gode.

Nordisk finale

Vinnerlaget i finalen går videre til Nordisk finale. Der møtes ett lag fra hvert av de nordiske land. Lagene skal presentere klassens prosjekt fra semifinalen, og delta i en oppgavekonkurranse av samme type som i de nasjonale finalene. Stedet for nordisk finale vil gå på omgang mellom de fem nordiske landene.

Under nordisk finale skal prosjektpresentasjonene foregå på engelsk. Dersom Finlands lag er fra den finsktalende delen av Finland, vil de kunne få presentere prosjektet sitt på finsk. Hvert lag får inntil 20 minutter til å presentere prosjektet. Etter at alle lagene har presentert prosjektet sitt, vil publikum kunne komme fram og stille spørsmål til lagene og se på utstillingen. Prosjektutstillingen skal være tilgjengelig for publikum dagen etter prosjektpresentasjonen. Da får lagene vise fram prosjektutstillingen til et større publikum, og fortelle om arbeidet med prosjektet.

Oppgavedelen av nordisk finale vil foregå på samme måte som i de nasjonale finalene, men denne gangen vil oppgavene bli presentert på engelsk. Lagene vil få oppgavene utdelt på sine egne språk. Etter at de har levert svarene sine skriftlig til dommerne, skal de presentere løsningene sine muntlig på engelsk.

Innledende runder 2000 - 2004

Oppgavesett til første kvalifiseringsrunde 2000

Oppgave 1

En ball spretter opp halvparten av høyden som den ble sluppet fra. Ballen slippes fra et høyhus 12,8m over bakken og fortsetter å sprette rett opp og ned, rett opp og ned. Hvor langt har ballen beveget seg idet den treffer bakken for femte gang?

Velg svar:

☐ 24,8 m	☐ 36,8 m	☐ 16,0 m	☐ 64,0 m	☐ 49,6 m
---------------------------------	---------------------------------	---------------------------------	---------------------------------	---------------------------------

Oppgave 2

Hvor mye mindre er arealet til et rektangulært område på 40 ganger 60 meter enn et kvadratisk område med samme omkrets?

Velg svar:

☐ 385 m ²	☐ 0 m ²	☐ 625 m ²	☐ 100 m ²	☐ Det kvadratiske området er minst.
---	---	---	---	--

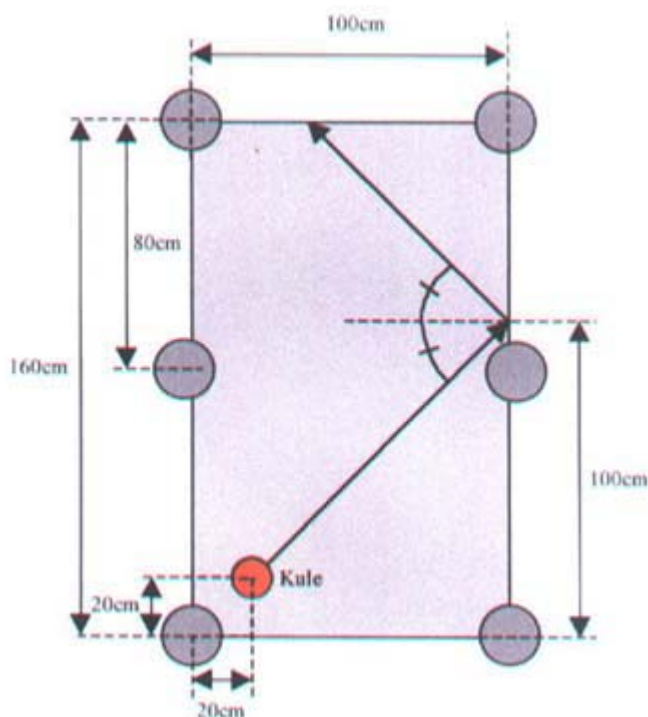
Oppgave 3

En lærer gir 2 blyanter til noen av elevene sine. Hvis hun hadde gitt dem 5 blyanter hver, ville hun delt ut 27 flere blyanter enn det hun gjorde. Hvor mange elever fikk blyanter?

Velg svar:

☐ 5	☐ 3	☐ 27	☐ 18	☐ 9
----------------------------	----------------------------	-----------------------------	-----------------------------	----------------------------

Oppgave 4



Et rektangulært biljardbord er 160 ganger 100cm. En kule er plassert 20cm til høyre for venstre kant og 20cm over nederste kant som vist på figuren.

Et støt med køen gjør at kula treffer høyre sidekant 100cm fra høyre nederste hjørne. Hvor lang strekning har kula gått idet den faller ned i ett av hullene? Vi antar at kula ikke stopper før den treffer et hull. Rund av til nærmeste hele cm.

Tips: Diagonalen i et kvadrat med sidekant 20 cm kan regnes som 28,28 cm.

Velg svar:

☐ 380cm	☐ 423cm	☐ 528cm	☐ 537cm	☐ 647cm
--------------------------------	--------------------------------	--------------------------------	--------------------------------	--------------------------------

Oppgave 5

En brøk a/b er mindre enn 1, der a og b er positive hele tall. Vi adderer 4 til både a og b , og danner brøken

$$(a + 4)/(b + 4).$$

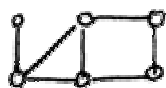
Hva skjer med verdien til brøken?

Velg svar:

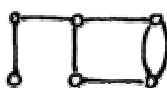
☐ Verdi øker	☐ Verdi øker med 4	☐ Verdi blir mindre	☐ Verdi ligger nærmere 1	☐ Verdi blir uforandret
-------------------------------------	---	--	---	--

Oppgave 6

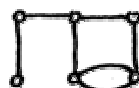
Det skal bygges broer mellom seks øyer slik at det går an å kjøre bil fra hver øy til alle de andre øyene. Tre av øyene skal ha tre broer, to øyer skal ha to broer og en øy skal ha ei bro. Nedenfor ser du eksempler på to ulike løsninger, (1) og (2). To løsninger er like hvis de kan speiles eller dreies over i hverandre. Figur (2), (3) og (4) er like. Hvor mange ulike løsninger finnes det?



(1)



(2)



(3)



(4)

Velg svar:

☐ 13	☐ 7	☐ 21	☐ 5	☐ 12
-----------------------------	----------------------------	-----------------------------	----------------------------	-----------------------------

Oppgave 7

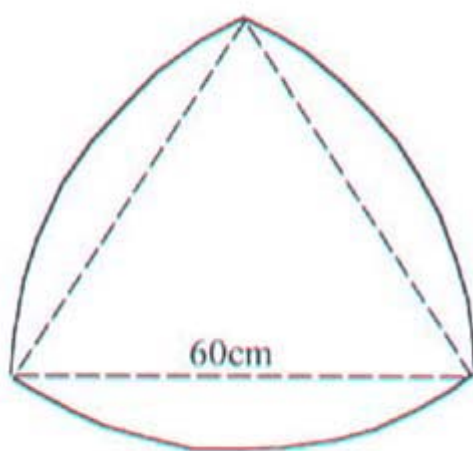
I en tennisturnering går bare vinneren av en kamp videre i turneringen. En spiller kamper helt til en står igjen med en vinner. Hvis det er 128 spillere, hvor mange kamper må spilles for å kåre en vinner av turneringen?

Velg svar:

☐ 255	☐ 256	☐ 126	☐ 319	☐ 127
------------------------------	------------------------------	------------------------------	------------------------------	------------------------------

Oppgave 8

Runde kumlokk faller ikke ned i kummen siden de har konstant diameter. Et firma som i mange år har produsert runde kumlokk har funnet ut at de ønsker å endre formen på lokkene, men på en slik måte at det fortsatt er umulig å dytte dem ned i kummen. De beslutter å benytte et Reuleaux triangel som utgangspunkt for det nye lokket. Et slikt triangel er ikke rundt, men har konstant bredde på samme måte som et rundt kumlokk. Når de konstruerer lokket tar de utgangspunkt i en likesidet trekant. De setter passerspissen i det ene hjørnet og slår en sirkelbue mellom de to andre hjørnene i trekanten. Dette gjør de for alle hjørnene og får en form som vist på figuren.



De ønsker å finne ut hvor mye støpejern som går med til å lage et kumlokk av denne typen dersom sidene i den likesidete trekanten er 60 cm og lokket er 5 cm tykt.

Tips: Finn arealet av sirkelsektoren ved å bestemme hvor stor del denne er av hele sirkelen. Høyden i en likesidet trekant med sidekant 60 cm er 51,96 cm.

Velg svar:

☐	☐	☐	☐	☐
1268,6 cm ³	12,686 dm ³	2537 cm ³	25,37 dm ³	11055,4 cm ³

Løsningsforslag, første runde 2000

Oppgave 1

Ballen spretter opp og ned på følgende måte:

1. treff	12,8 m (ned)
2. treff	+ 6,4m (opp) + 6,4m (ned)
3. treff	+ 3,2m (opp) + 3,2m (ned)
4. treff	+ 1,6m (opp) + 1,6m (ned)
5. treff	+ 0,8m (opp) + 0,8m (ned)
Totalt	36,8m

Oppgave 2

Arealet av rektangelet er $40 \text{ m} \times 60 \text{ m} = 2400 \text{ m}^2$. Omkretsen av rektangelet er

$$40 \text{ m} + 60 \text{ m} + 40 \text{ m} + 60 \text{ m} = 200 \text{ m}.$$

Siden i kvadratet er $200 \text{ m} / 4 = 50 \text{ m}$. Arealet av kvadratet er $50 \text{ m} \times 50 \text{ m} = 2500 \text{ m}^2$. Forskjellen i arealet blir, arealet av kvadratet minus arealet av rektangelet:

$$2500 \text{ m}^2 - 2400 \text{ m}^2 = 100 \text{ m}^2.$$

Oppgave 3

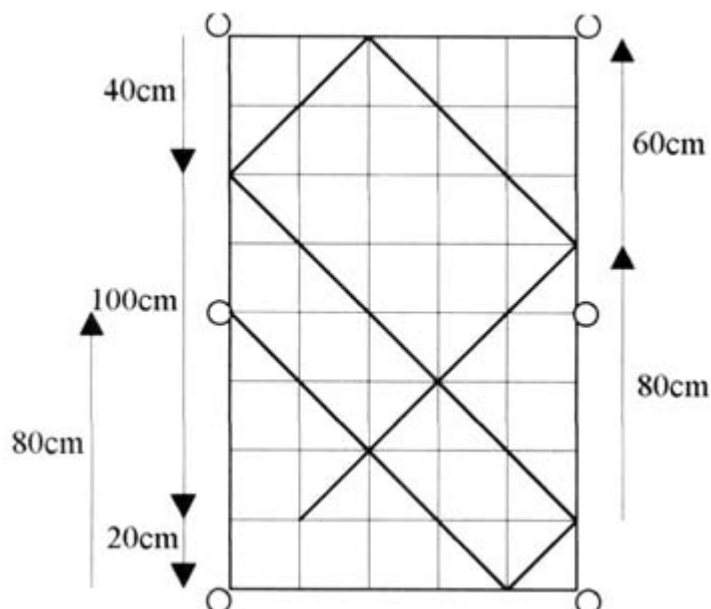
Hvis det er E elever som får blyanter, deler læreren ut $2E$ blyanter til sammen. Hvis de får 5 hver, blir det $5E$ blyanter. Det er det samme som $27 + 2E$. Likningen blir:

$$5E = 27 + 2E$$

Løsningen er $E = 9$. Ni barn får blyanter.

Oppgave 4

Oppgaven løses enklest ved å tegne opp bordet i målestokk på rutepapir hvor hver rute representerer 20 x 20 cm. Når vi vet at innfallsvinkelen er lik utfallsvinkelen når en ball spretter tilbake fra en vegg, kan vi tegne inn den banen ballen vil følge.



Vi vet at banen alltid går diagonalt gjennom en rute. Det er derfor nok å regne banen i en retning, f.eks. i vertikal retning, for deretter å multiplisere svaret med 1,4142 som er rota av 2. Dette kan vi gjøre fordi vi vet at diagonalen i en kvadratisk rute alltid vil være 1,4142 lenger enn sidekantene. Regner vi sammen banens lengde i vertikal retning får vi: $(80+60+40+100+20+80) \text{ cm} = 380 \text{ cm}$. Dette tallet multipliseres med 1,4142 for å finne den virkelige banen som blir lik 537,396 cm. Avrundet til nærmeste centimeter gir dette 537 cm som er svaret på oppgaven.

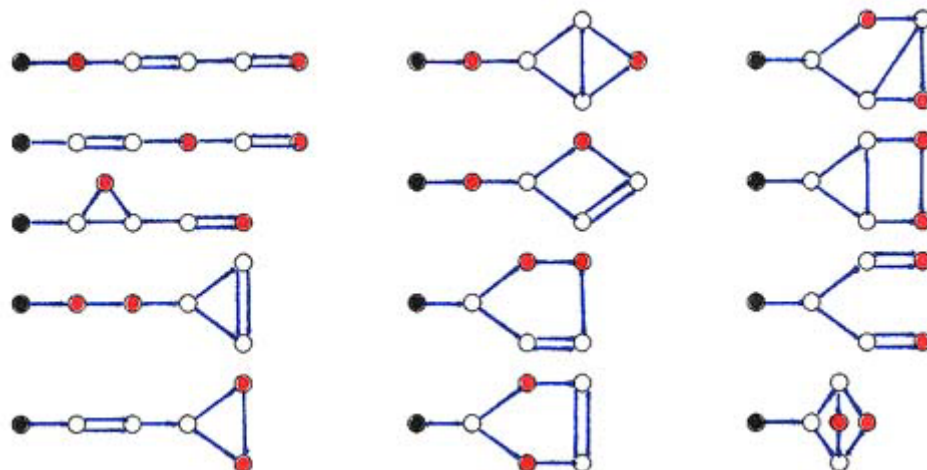
Oppgave 5

Vi har en brøk a/b som er mindre enn 1. Da må a være mindre enn b . Når vi adderer 4 til både a og b , så vil $a+4$ være mindre enn $b+4$. Dette betyr at brøken $(a+4)/(b+4)$ også er mindre enn 1. Dette utelukker svaralternativene 1 og 2. Ved å sette inn verdier for a og b , f.eks. $a=1$ og $b=2$, så ser vi at $(1+4)/(2+4)$ er større enn $1/2$. Dette gir at eneste mulighet igjen blir at verdien ligger nærmere 1.

Matematisk bevis for svaret: Ved å trekke brøken a/b fra $(a+4)/(b+4)$, får vi: $4(b-a)/(b(b+4))$. Siden $b > a$, så er $(a+4)/(b+4) > a/b$. Vi har allerede funnet ut at verdien til brøken er mindre enn 1. Dermed ser vi at verdien ligger nærmere 1 enn a/b . Vi har allerede sett at verdien ikke kan øke med 1 eller 4. Siden $(a+4)/(b+4) > a/b$, så er også svaralternativene 3 og 5 gale. Dermed er svaralternativ 4 det riktige svaret.

Oppgave 6

Det er 13 ulike løsninger:



Oppgave 7

Det er 128 tennisspillere i turneringen. I første runde av turneringen spilles det $64 = 128/2$ kamper, og det blir 64 vinnere av disse kampene som går videre til neste runde. I andre runde av turneringen spilles det $32 = 64/2$ kamper. Dette gir følgende tabell, der andre kolonne angir antall kamper som må spilles i den angitt runden.

Første runde	64
Andre runde	+ 32
Tredje runde	+ 16
Fjerde runde	+ 8
Femte runde	+ 4
Semifinaler	+ 2
Finale	+ 1
Totalt antall	127

Vi kan også løse denne oppgaven på en annen måte. Vi spør oss selv: Hvor mange kamper må spilles for å slå ut en tennisspiller? Svar: 1 kamp! Hvor mange tennisspillere må slåes ut for å stå igjen med en vinner? Jo, $128 - 1 = 127$. Dette gir en betraktelig enklere regning, og løsningsmetoden kan anvendes på en tennisturnering med et vilkårlig antall deltakere.

Oppgave 8

Lokket er laget ved at en tar utgangspunkt i en likesidet trekant. Deretter forbindes hvert av hjørnene med en sirkelbue med sentrum i det tredje hjørnet.

For å beregne volumet til et lokk med tykkelse 5 cm, beregner vi først arealet av lokket.

Arealet av den likesidete trekanten er $(60 \text{ cm} \times 51,96 \text{ cm})/2 = 1558,8 \text{ cm}^2$.

Dernest beregner vi arealet av en sirkelsektor. Størrelsen av sirkelsektoren er 60 grader eller $1/6$ av sirkelens areal. Radiens lengde er sidekanten i triangelet som er 60cm.

Arealet av sektoren er

$$1/6 (3,1415 \times 60 \text{ cm} \times 60 \text{ cm}) = 1885,0 \text{ cm}^2.$$

I tillegg til sirkelsektoren trenger vi arealet av to skalker. Disse er lik arealet sirkelsektoren minus arealet av trekanten er:

$$1885,0 \text{ cm}^2 - 1558,8 \text{ cm}^2 = 326,2 \text{ cm}^2.$$

Lokkets totale areal er derfor:

$$1 \text{ sirkelsektor} + 2 \text{ skalker} = 1885,0 \text{ cm}^2 + 2 \times 362,2 \text{ cm}^2 = 2537,4 \text{ cm}^2.$$

Med en tykkelse på 5 cm gir dette et volum lik:

$$\text{areal} \times \text{tykkelse} = 2537,4 \text{ cm}^2 \times 5 \text{ cm} = 12687 \text{ cm}^3 = 12,687 \text{ dm}^3.$$

Dersom vi regner med noen færre siffer vil vi få svaret som er oppgitt: $12,686 \text{ dm}^3$.

Oppgavesett til andre kvalifiseringsrunde 2000

Oppgave 1

Øyvind drikker 1/3-liter skummet melk til lunsj hver arbeidsdag. En 1/3-liter kartong skummet melk koster kr. 3,30. I butikken rundes beløpet alltid av etter følgende regler: 0-24 øre rundes ned til 0 øre, 25-75 øre rundes av til 50 øre, og 76-99 øre rundes opp til en krone. Han kjøper aldri mer enn fem 1/3-liter kartonger om gangen. Hvilket antall kartonger skal han kjøpe hver gang for å bruke minst mulig penger på melk til lunsj?

Velg svar:

☐ 1	☐ 2 eller 4	☐ 3	☐ Spiller ingen rolle	☐ 5
----------------------------	------------------------------------	----------------------------	--	----------------------------

Oppgave 2

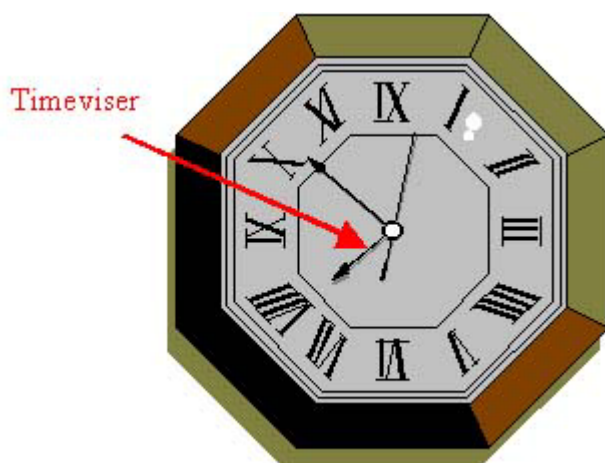
Familien Larsen har tre døtre, Birgit, Kari og Toril. Birgit er like gammel som Kari og Toril til sammen. For ett år siden var Kari dobbelt så gammel som Toril. Om to år er Birgit dobbelt så gammel som Kari er nå. Hvor mange år er Birgit?

Velg svar:

☐ 9	☐ 8	☐ 12	☐ 10	☐ 15
----------------------------	----------------------------	-----------------------------	-----------------------------	-----------------------------

Oppgave 3

Timeviseren (kortviseren) på en klokke beveger seg rundt urskiven en gang i løpet av 12 timer. Vi antar at viseren beveger seg jevnt.



En sirkel deles vanligvis inn i 360 grader, en grad er igjen delt inn i 60 bueminutter og et bueminutt er så delt inn i 60 buesekunder.

Beregn hvor mange buesekunder timeviseren beveger seg i sekundet?

Velg svar:

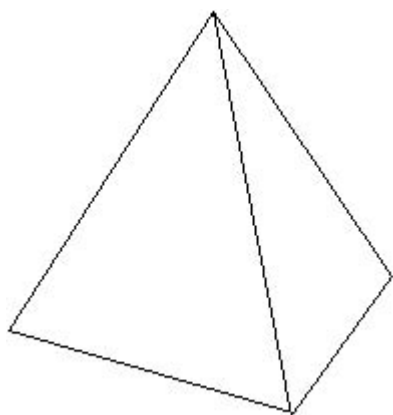
☐ 120	☐ 90	☐ 15	☐ 60	☐ 30
------------------------------	-----------------------------	-----------------------------	-----------------------------	-----------------------------

Oppgave 4

Du trekker kuler ut av en kurv. Når du tar ut to og to, ligger det en igjen til slutt. Det samme skjer når du tar ut tre og tre, fire og fire, fem og fem, eller seks og seks. Når du tar ut sju og sju, blir det ingen igjen til slutt. Finn det minste antall kuler som kan være i kurven.

Gi inn klassens svar:

Oppgave 5



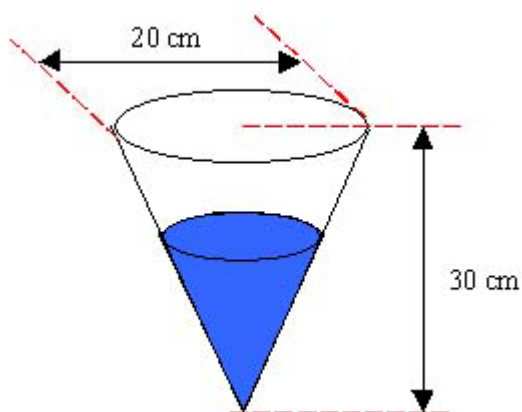
En har regnet ut at Kheopspyramiden består av ca. 2.5 millioner steinblokker. Vi antar at steinene har en gjennomsnittlig vekt på 2500 kg. En regner med at 100.000 mann arbeidet i 20 år med pyramiden før den sto ferdig.

Hvor mange kilogram stein måtte hver mann flytte hver dag dersom en regner med at alle 100.000 mennene la på plass like mye stein hver dag i alle 20 årene? Vi regner et egyptisk år lik 360 dager.

Velg svar:

☐ 215,22 kg	☐ 430,37 kg	☐ 8,68 kg	☐ 86,0 kg	☐ 43,0 kg
------------------------------------	------------------------------------	----------------------------------	----------------------------------	----------------------------------

Oppgave 6



En beholder er kjegleformet. Diameteren i den åpne enden er 20 cm og dybden er 30 cm. En heller 1 liter vann opp i beholderen. Hvor mye vann kan en helle etter før det renner over?

Volumet av en kjegle er gitt ved følgende formel:

$$\pi r^2 h / 3$$

der h er høyden i kjeglen og r er radien i den runde endeflaten.

Velg svar:

☐ 4,28 dm ³	☐ 2,14 liter	☐ 0,31 liter	☐ 3141 cm ³	☐ 11,56 liter
---	-------------------------------------	-------------------------------------	---	--------------------------------------

Oppgave 7

Helge drar for å stå slalom en dag i vinterferien. Han synes heisen går alt for sakte, bare 5 km/t. Han ønsker å kjøre så fort ned igjen at gjennomsnittsfarten på opptur og nedtur blir 10 km/t. Hvor fort må Helge kjøre ned?

Velg svar:

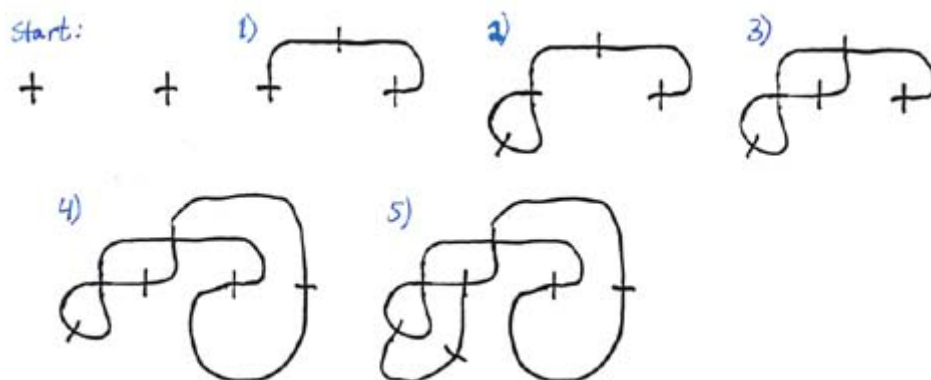
☐ 15 km/t	☐ 10 km/t	☐ 20 km/t	☐ Det er umulig	☐ 100 km/t
----------------------------------	----------------------------------	----------------------------------	--	-----------------------------------

Oppgave 8

Tegn to kryss, + +, midt på et A4-papir. Dette er utgangsposisjonen for et spill for to spillere. Et trekk består i å tegne en strek fra en fri arm på et av kryssene til en annen fri arm på det samme krysset eller et av de andre kryssene. Når streken er tegnet, tegnes et kort linjestykke på tvers av streken som ble tegnet, slik at det dannes et nytt kryss med to nye frie armer. Etter at den ene spilleren har trukket sin strek, er det den andre spillerens tur.

En strek mellom to frie armer kan ha en vilkårlig form, men den må ikke krysse seg selv eller noen av de andre strekene.

Spillet fortsetter inntil det er umulig å finne to frie armer som kan forbindes med en strek etter de reglene som er nevnt foran. Figuren viser et eksempel på starten av et slikt spill:



Den av deltakerne som gjør det siste trekket vinner. Hva er det minste antall trekk et spill kan vare?

Velg svar:

☐ 9	☐ 8	☐ 7	☐ 6	☐ 5
----------------------------	----------------------------	----------------------------	----------------------------	----------------------------

Løsningsforslag, andre runde 2000

Oppgave 1

Prisen pr. kartong blir følgende når 1, 2, 3, 4 eller 5 kartonger kjøpes samlet.

Antall	Pris	Avrundet pris	Pris pr. kartong
1 kartong	3,30	3,50	3,30
2 kartonger	6,60	6,50	3,25
3 kartonger	9,90	10,00	3,33
4 kartonger	13,20	13,00	3,25
5 kartonger	16,50	16,50	3,30

Vi ser at det å kjøpe 2 eller 4 kartonger vil bli det billigste i det lange løp.

Oppgave 2

Birgit er B år, Kari K år og Toril T år. Opplysningene i oppgaven sier da at:

1. $B = K + T$
2. $(K - 1) = 2(T - 1)$
3. $(B + 2) = 2K$

Likning 1) gir at $2B = 2K + 2T$ (*), likning 2) gir at $2T = K + 1$ og likning 3) gir at $3B + 6 = 6K$ (**). Innsetting for $2T$ (fra 2)) i (*), medfører at $2B = 3K + 1$. Multipliser denne siste likningen med 2, og vi får da $4B = 6K + 2$. Innsetting av (**) i dette gir at $4B = 3B + 6 + 2$, dvs. $B = 8$ og Birgit er 8 år gammel.

Oppgave 3

Vi vet at sirkelen kan deles inn i grader, minutter og sekunder. I alt vil en sirkel bestå av

$$360 \text{ grader} \times 60 \text{ bueminutter} \times 60 \text{ buesekunder} = 1.296.000 \text{ buesekunder.}$$

Vi vet også at timeviseren på en klokke går en runde i løpet av 12 timer. Antall sekunder i 12 timer er:

$$12 \text{ timer} \times 60 \text{ minutter} \times 60 \text{ sekunder} = 43.200 \text{ sekunder.}$$

Timeviseren beveger seg da $1.296.000 \text{ buesekunder} / 43.000 \text{ sekunder} = 30 \text{ buesekunder}$

i løpet av ett sekund. Observer her at hver av faktorene 60 forkortes bort, slik at det eneste vi trenger regne ut er $360/12$.

Oppgave 4

Prøv med tall som er delelig med 7. Observer at tallet må ende på 1 eller 6 for å gi 1 til rest når vi deler med 5.

Da må vi velge 1, siden tallet ikke skal være delelig med 2.

Mulige løsninger under disse forutsetningene er: 21, 91, 161, 231, 301, Tallet 301 gir 1 til rest når vi deler med 3 og 4, så det er det minste som passer, dvs. svaret er 301.

Oppgave 5

2.5 millioner steinblokker hver med en vekt på 2.500 kg, veier tilsammen 6.250.000.000 kg. 100.000 mann arbeider i 20 år hvor hvert år er 360 dager. Det betyr at det tilsammen arbeides

$$100.000 \text{ mann} \times 20 \text{ år} \times 360 \text{ dager} = 720.000.000 \text{ mannedager.}$$

Hver mann bærer da:

$$6.250.000.000 \text{ kg} / 720.000.000 \text{ mannedager} = 8,68 \text{ kg pr. dag pr. mann.}$$

En mannedag er en mann som arbeider en dag.

Oppgave 6

Volumet til en kjegleformet beholder med høyde (h) lik 30 cm og en grunnflate med diameter 20 cm (r = 10 cm) er lik:

$$(\pi)hr^2/3 = 3,14 \times 30 \text{ cm} \times 10 \text{ cm} \times 10 \text{ cm} / 3 = 3.140 \text{ cm}^3$$

Vi vet at det er 1000 cm³ i en 1 dm³ som igjen er lik 1 liter. Vi ser da at beholderen kan inneholde 3,14 liter. Vi har imidlertid alt hellt opp 1 liter.

Vi må derfor helle opp 2,14 liter i tillegg til den 1 literen vi har hellt opp for at beholderen skal bli full. Heller vi opp litt til renner det over.

Oppgave 7

Strekning (s) er lik fart (v) ganger tid (t). Dette gir formelen

$$s = v t$$

Fra dette får vi at $t = s/v$. Lengden av bakken kaller vi L. Avstanden opp og ned bakken blir da 2L. Tida opp og ned blir $t = 2L/(10 \text{ km/t}) = L/(5 \text{ km/t})$. Tida Helge bruker opp bakken er $L/(5 \text{ km/t})$. Men dette viser at Helge har brukt opp all tida ved å ta heisen opp, slik at han må kjøre ned på 0 sekunder. Dermed har vi vist at det er umulig.

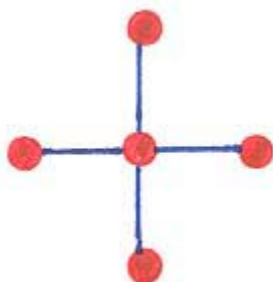
Oppgave 8

Det er ikke lett å vise at det minste antall trekk et spill kan vare er 8. Det var heller ikke meningen med denne oppgaven. Vi ønsket at dere skulle spille spillet og observere at spillet alltid slutter etter 8 trekk. Dette er nemlig ikke et spill, det stopper alltid etter 8 trekk. Det er derfor ikke mulig å være god eller dårlig her.

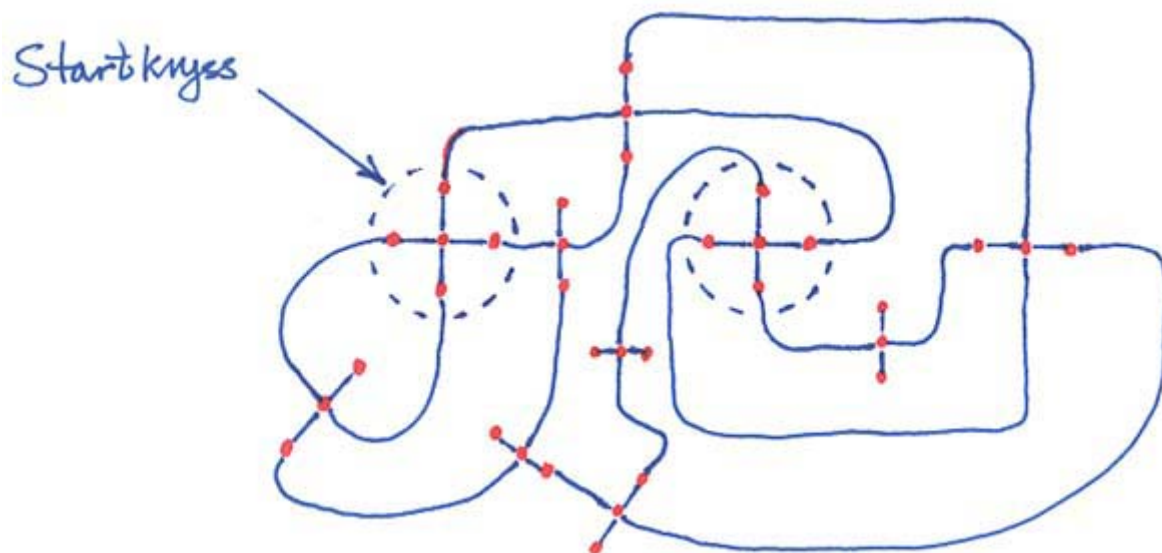
Det er ikke klart i utgangspunktet at dette er et endelig spill, dvs. at det noen gang vil stoppe. For å vise dette kan vi bruke Eulers formel. Den sier følgende. Når vi har en oppdeling av planet som i et spill av denne typen, så er alltid følgende formel tilfredsstillt:

$$\text{antall hjørner} - \text{antall kanter} + \text{antall flater} = 2$$

Hvert av de to startkryssene tenker vi oss at består av 5 hjørner og 4 kanter:



Når vi gjør et trekk tenker vi oss at vi føyer til ett nytt kryss med 5 hjørner og 4 kanter. Siden 2 av hjørnene i det nye krysset vi føyer på ved et trekk blir slått sammen med to hjørner vi har fra før, blir det bare 3 nye hjørner ved hvert trekk.



Vi ser også at antall hjørner som bare tilhører en kant alltid er lik 8, siden det ved starten av spillet er 8 slike hjørner og ved hvert trekk så tar vi bort 2 hjørner som bare tilhører en kant, men vi legger også til 2 hjørner som bare tilhører en kant.

Antall hjørner etter T trekk er: $10 + 3T$. Antall kanter etter T trekk er: $8 + 4T$. Antall flater er alltid mindre eller lik antall hjørner som bare tilhører en kant. Innsatt i Eulers formel få vi:

$$2 = (10 + 3T) - (8 + 4T) + \text{antall flater}$$

Dette gir

$$2 - 10 - 3T + 8 + 4T = T = \text{antall flater}$$

Siden antall flater alltid er mindre eller lik 8, så får vi at antall trekk et spill kan vare alltid er mindre eller lik 8!

Nå har vi vist at spillet alltid stopper. Anta at vi har spilt spillet ferdig. Da har vi at antall flater er lik antall hjørner som bare tilhører en kant. Hvis ikke dette var tilfelle, kunne vi gjøre et trekk til. Vi så over at antall trekk vi har gjort alltid er lik antall flater. Ved spillets slutt er antall flater altså 8, dvs. spillet slutter alltid etter 8 trekk!

Vi kan starte samme type "spill" med 3 kryss, og spille etter de samme reglene. Dette "spillet" vil alltid stoppe etter 13 trekk. Generelt vil et "spill" hvor vi starter med N antall kryss, stoppe nøyaktig etter $5N - 2$ trekk. Dette kan vises på samme måte som over.

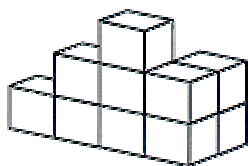
Oppgavesett til første kvalifiseringsrunde 2001

Oppgave 1

I en klasse er det 7 gutter med langt hår. Det er 16 gutter til sammen. 8 elever har langt hår. 3 elever er hverken gutter eller har langt hår. Hvor mange elever er det i klassen?

- a) 20 b) 34 c) 27 d) 19 e) 18
-

Oppgave 2



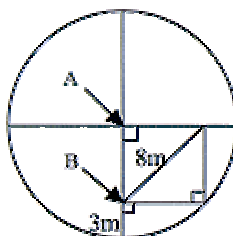
Det trengs 2 liter maling for å dekke alle sideflatene til en terning. Hvor mange liter maling trengs for å dekke overflaten på figuren, både forsiden, baksiden, oversiden og de sidene den står på?

(Det er ingen terninger vi ikke kan se.)

- a) 36 b) 72 c) 12 d) 20 e) 18
-

Oppgave 3

Finn lengden av AB på figuren.



- a) 5.5 m b) 7.4 m c) 3.0 m d) 4.6 m e) 5.0 m

Oppgave 4

Ingvill er på joggetur Bymarka.

Hun vet om tre forskjellige ruter fra Skistua til Grønnlia.

Fra Grønnlia til Rønningen kjenner hun seks forskjellige ruter.

Fra Rønningen til Elgsethytta vet Ingvill om fire ulike ruter.

Hvor mange forskjellige ruter kan hun velge fra Skistua til Elgsethytta?

- a) 13 b) 72 c) 27 d) 22 e) 8

Oppgave 5

Det er tre ulike siffer i regnestykket nedenfor.

Hver bokstav står for et bestemt siffer.

Hvilket siffer er E i regnestykket?

$$ES + SO = SOS$$

Svar: _____

Oppgave 6

I en familie er det to foreldre og 6 barn.

De har funnet ut at de vil ha litt forandring i hverdagen, så de vil plassere seg på forskjellig måte rundt bordet hver middag.

Hvor mange dager er det gått til de har brukt opp alle mulighetene?

- a) 12 b) 64 c) 6720 d) 40320 e) 5040

Oppgave 7

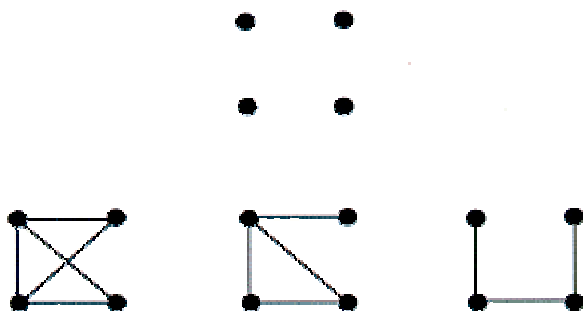
Per, Ida og Nils hadde fått noen småkaker som de skulle dele likt. Kakene lå på et fat ute i kjøkkenet. Først kom Per inn; han spiste opp $\frac{1}{3}$ av kakene, som rett og rimelig var. Så kom Ida inn, og siden hun trodde hun kom først, spiste hun opp $\frac{1}{3}$ av de kakene som var igjen. Det samme gjorde Nils da han kom inn til slutt. Men da Nils hadde spist det han trodde var sin tredjedel, var det fortsatt 8 kaker igjen på fatet.

Hvor mange kaker hadde Per, Ida og Nils spist til sammen?

- a) 27 b) 15 c) 18 d) 21 e) 19

Oppgave 8

Fire hus er plassert som vist på figuren under.



De fire husene skal forbindes med 3, 4, 5 eller 6 rette veier. På figuren er vist tre alternativer, det finnes mange flere. Finn ut hvor mange forskjellige veier det er mulig å lage. Figurer som ved dreining blir like, regnes som to. Husk at i alle løsninger skal samtlige hus være forbundet med en eller flere veier.

Svar: _____

Løsningsforslag, første kvalifiseringsrunde 2001

Oppgave 1

20 elever.

Det er 16 gutter. Sju av dem har langt hår. Siden det er 8 elever med langt hår, er det bare ei jente med langt hår. Tre jenter har kort hår. Dermed er det fire jenter til sammen.

$$4 + 16 = 20.$$

Oppgave 2

12.

Det er 10 terninger og 36 synlige sider. Det er det samme som 6 hele terninger.

Oppgave 3

5.0m.

Hvis du trekker den diagonalen i firkanten som starter i hjørnet A, ser du at det er radius. Siden diagonalene er like lange, er radius 8m.

$$AB = 8\text{m} - 3\text{m} = 5\text{m}$$

Oppgave 4

72 veier.

Ingvill har tre ulike muligheter fra Skistua til Grønlia. For hver av de tre veiene, har hun seks ulike muligheter videre til Rønningen, dvs $3 \cdot 6 = 18$ ulike veier. For hver av dem igjen er det fire ulike ruter til Elgsethytta, dvs $18 \cdot 4 = 72$ muligheter til sammen.

Oppgave 5

9.

$$91 + 10 = 101$$

Vi ser at $S=1$ ut fra svaret SOS som har ett siffer mer enn de to tallene vi skal legge sammen. Da har vi $E1 + 10 = 101$. Da må $1 + O = 1$ som gir $O = 0$. $E + 1 = 10$ gir $E = 9$.

Oppgave 6

40320.

Førstemann som setter seg, har 8 muligheter. Når han har satt seg, har den neste 7 forskjellige muligheter, dvs 8×7 til sammen for de to (for hver mulig plassering til den første, har den andre 7 ulike muligheter). Tredjemann har 6 muligheter, neste 5 osv. Til sammen er det $8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$ ulike plasseringer.

Oppgave 7

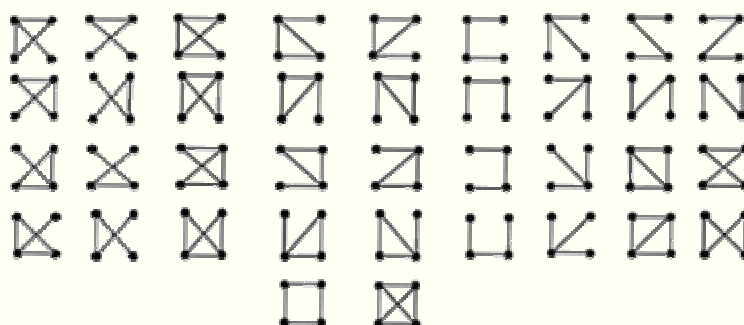
19.

Det var 8 kaker igjen til slutt. Det er $\frac{2}{3}$ av kakene som lå der før Nils hadde spist noen. Da må Nils ha spist halvparten av 8, altså 4 kaker. Da lå det 12 igjen etter at Ida hadde spist. Hun må ha spist 6 kaker. Etter at Per hadde spist, lå det da 18 kaker der, så Per spiste 9. Til sammen har de spist $9 + 6 + 4 = 19$ kaker.

Oppgave 8

38 veier.

Figuren under viser alle mulige veier mellom husene under de forutsetningersom er gitt i oppgaven..



Oppgavesett til andre kvalifiseringsrunde 2001

Oppgave 1

Fire gutter hadde kjøpt godteri for til sammen 50 kr. De fire enkeltbeløpene var en merkelig samling med hele tall:

Dersom en legger 4 til det første beløpet, trekker 4 fra det andre beløpet, ganger det tredje beløpet med 4 og deler det fjerde beløpet med 4, får en hele tiden samme tall.

Hva var det største beløpet?

- a) ☐ 40 kr b) ☐ 16 kr c) ☐ 32 kr d) ☐ 24 kr e) ☐ 8 kr

Oppgave 2

72 baller er fordelt i tre bøtter. Det er tre ganger så mange baller i bøtte nr 1 og 2 til sammen som det er i bøtte nr 3. Det er dobbelt så mange baller i 3 som i 2.

Hvor mange baller er det i bøtte nr 1?

- a) ☐ 36 b) ☐ 9 c) ☐ 45 d) ☐ 18 e) ☐ 24

Oppgave 3

For å unngå innbrudd har mange hoteller kodet romnøkklene sine. Nedenfor ser du en liste over romnummer og de tilhørende nøkkelkodene.

Romnummer	Nøkkelkode
623	487
509	501
1487	9623
?	365

Hvilket romnummer hører den siste nøkkelen til?

NB!! Her skal du KUN skrive inn tallet. Ikke noe mer!

Svar: _____

Oppgave 4

Hvis du har et fullt glass vann, tømmer ut halvparten, så tømmer tilbake halvparten av det du tømte ut, heller ut en tredel av det som nå er i glasset, og heller tilbake en tredel av det siste du tømte ut.

Hvor stor del av et fullt glass vann er det nå?

- a) $\frac{19}{36}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{5}{12}$ d) $\frac{7}{12}$ a) 1

Oppgave 5

a	b	25	18	11
c	21	19	12	d
22	20	13	e	f
16	14	g	h	23
15	i	j	24	17

Nedenfor er det et magisk kvadrat der noen av tallene fra 1 til 25 er fylt ut. Den magiske summen er 65, dvs at når alle tallene er fylt ut, skal du få 65 enten du legger sammen vannrett, loddrett eller diagonalt.

I hvilken rute skal tallet 1 stå?

I rute **a, b, c, d, e, f, g, h, i** eller **j**

<u>a</u>	<u>b</u>	<u>c</u>	<u>d</u>	<u>e</u>
<u>f</u>	<u>g</u>	<u>h</u>	<u>i</u>	<u>j</u>

Oppgave 6

En håndlogg er en gammel innretning for å måle farten på en båt. Håndloggen består av en loggflyndre og en loggline på rull. Loggflyndra er en trekloss, som når den kastes ut i sjøen, stiller seg loddrett i vannet og blir liggende omtrent i ro. Logglina er en snor der det er knyttet knuter med lik avstand imellom.

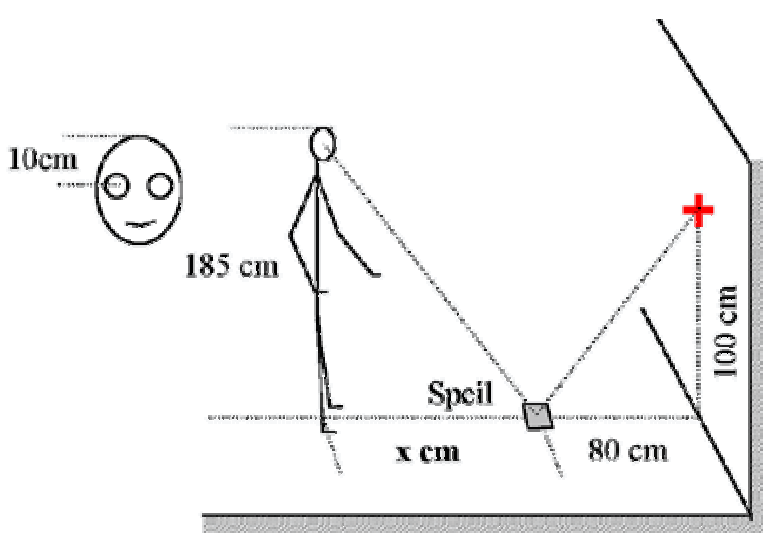
Når sjømenn tidligere skulle bestemme farten, kastet de ut loggflyndra og lot logglina gli fritt gjennom hånda og ut i sjøen. Mens lina gikk ut i sjøen, telte de antall knuter som gled forbi hånda i løpet av 30 sekunder. Dersom det i løpet av denne tida passerte 8 knuter ut fra rullen, så hadde båten en fart på 8 knop.

Bestem avstanden mellom knutene på logglina for at håndloggen skal fungere som beskrevet over.

En knop er lik 1 nautisk mil i timen.
En nautisk mil er lik 1852 meter.

- a) 1,54 m b) 1,85 m c) 15,43 m d) 18,52 m e) 30,8 m

Oppgave 7



Det skal lages et instrument for å måle høyden av rekrutter. For å spare arbeid skal instrumentet være slik at rekruttene selv skal kunne lese av sin egen høyde.

Et lite rødt kryss limes på veggen 1 m over gulvet. På gulvet foran krysset legges et lite speil 80 cm fra veggen.

En rekrutt som er 185 cm høy, rygger bakover helt til han ser det røde krysset i speilet.

Det lages nå en skala på gulvet som viser rekruttens høyde.

Beregnet hvor langt fra speilet merket for 185 cm skal stå?

Anta at avstanden fra øynene og til toppen av hodet er 10 cm for alle rekruttene.

- a) 148 cm b) 231 cm c) 219 cm d) 140 cm e) 120 cm

Oppgave 8

Nedenfor ser du en talltavle med i alt 100 tall ordnet med 10 tall langs hver av 10 rader som vist på figuren. Hvert tall er plassert i en kvadratisk rute. Vi kaller det et 100-kart.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Lag et rektangel med areal 6 ruter et vilkårlig sted i 100-kartet. Vi har vist to eksempler på figuren.

Bruk tallene i de fire hjørnene. Beregn differansen mellom produktene av tallene i motstående hjørner. Begynn alltid med tallet øverst til høyre i rektangelet.

Eksempel:

$$26 \times 34 - 24 \times 36 = 884 - 864 = 20$$

eller

$$58 \times 77 - 57 \times 78 = 4466 - 4446 = 20$$

Hvor mange forskjellige rektangler med areal 6 ruter gir resultatet 20 når dere beregner differansen på denne måten?

NB!! Dere kan oppnå 2, 3 eller 5 poeng på denne oppgaven, avhengig av hvor nær det riktige svaret dere kommer. 0 og 1 poeng er selvsagt også mulig å oppnå her. Se standardreglene for poenggiving øverst på denne siden.

Husk også **KUN** å skrive inn tallet. Ikke noe mer enn det!

Svar: _____

Løsningsforslag, andre runde 2001

1. Svar: **32** kr.

Det største beløpet er delelig med 4. En fjerdedel av det største beløpet er det fire ganger det minste beløpet. Da må det største beløpet være delelig med 16. Vi har to muligheter: 16 eller 32.

Hvis det er 16, er det minste 1. De andre er $1 \times 4 - 4 = 0$ og $1 \times 4 + 4 = 8$. Dette blir ikke 50 til sammen.

Hvis det er 32, er det minste 2. De andre er $2 \times 4 - 4 = 4$ og $2 \times 4 + 4 = 12$. Dette stemmer, siden $2 + 4 + 12 + 32 = 50$.

2. Svar: **45**.

Løsningsforslag 1:

$\frac{1}{4}$ av ballene må ligge i bøtte nr 3, dvs $72 : 4 = 18$.

Halvparten av disse ligger i bøtte nr 2, dvs 9. Resten ligger i bøtte nr 1, altså :
 $72 - 18 - 9 = 45$

Løsningsforslag 2:

baller i 1= x baller i 2= y baller i 3= z

$$\begin{aligned}x + y &= 3z \\z &= 2y \\x + y + z &= 72\end{aligned}$$

De to øverste $x + y = 6y$ eller $x = 5y$

Setter inn $x = 5y$ og $z = 2y$ i den nederste:

$$8y = 72, y = 9 \quad x = 5y = 45$$

3. Svar: **745**.

Nøkkelkoden har samme antall siffer som romnummeret. Koden er laget slik at summen av sifrene på enerplassen, tierplassen, hundreplassen osv. er lik 10.

4. Svar: **7/12** av et fullt glass.

Starter med **1**. Tømmer ut **1/2**. Da er det **1/2** igjen i glasset. Tømmer tilbake **1/4**. Da er det **3/4** i glasset. Tømmer ut **1/3** av dette, det vil si **1/4**.

Da er det **1/2** igjen i glasset. Tømmer tilbake **1/3** av **1/4**, det er **1/12**.

Da er det **1/2 + 1/12 = 7/12** i glasset.

5. Svar: e eller j. Begge er mulige.

Følgende likninger må være oppfylt:

Horisontale summer:	Vertikale summer:
$a+b=11$	$a+c=12$
$c+d=13$	$b+i=10$
$e+f=10$	$g+j=8$
$g+h=12$	$e+h=11$
$i+j=9$	$d+f=14$

Diagonal sum : $a+h=14$

Bokstavene skal erstattes med hvert sitt ulike tall fra 1 til 10.

Vi prøver med 1 på de ulike plassene

$a=1$ gir $b=10$ gir $i=0$; umulig
 $b=1$ gir $a=10$ gir $c=2$ gir $d=11$; umulig
 $c=1$ gir $a=11$; umulig
 $d=1$ gir $c=12$; umulig
 $e=1$ gir $f=9$ gir $d=5$ gir $c=8$ gir $a=4$ gir $b=7$ gir $i=3$ gir $j=6$ gir $g=2$ gir $h=10$.

Dette stemmer med at $e + h = 11$ og $a+h=14$.

Konklusjon: MULIG LØSNING $e = 1$.

Fullstendig utfylt ser kvadratet slik ut:

4	7	25	18	11
8	21	19	12	5
22	20	13	1	9
16	14	2	10	23
15	3	6	24	17

$f=1$ gir $e=9$ gir $h=2$ gir $a=12$; umulig
 $g=1$ gir $h=11$; umulig
 $h=1$ gir $g=11$; umulig
 $i=1$ gir $j=8$ gir $g=0$; umulig

$j=1$ gir $i=8$ gir $b=2$ gir $a=9$ gir $c=3$ gir $d=10$ gir $f=4$ gir $e=6$ gir $h=5$ gir $g=7$.

Dette stemmer med at $g+j=8$ og $a+h=14$.

Konklusjon: MULIG LØSNING : $j = 1$

Da ser kvadratet slik ut:

9	2	25	18	11
3	21	19	12	10
22	20	13	6	4
16	14	7	5	23
15	8	1	24	17

6. Svar: **15,43 m.**

Avstanden mellom to knuter er x.

$$\frac{x}{30} s = 1 \text{ knop} = 1852 \text{ m} / h$$

Da er $x = \frac{1852 \text{ m} \cdot 30 \text{ s}}{3600 \text{ s}} = 15,43 \text{ m}$

7. Svar: **140 cm.**

De to trekantene på figuren har samme form.

Da må forholdet mellom de tilhørende sidene være det samme.

Vi får

$$\frac{x}{80 \text{ cm}} = \frac{185 \text{ cm} - 10 \text{ cm}}{100 \text{ cm}}$$

$$x = 1,75 \cdot 80 \text{ cm} = 140 \text{ cm}$$

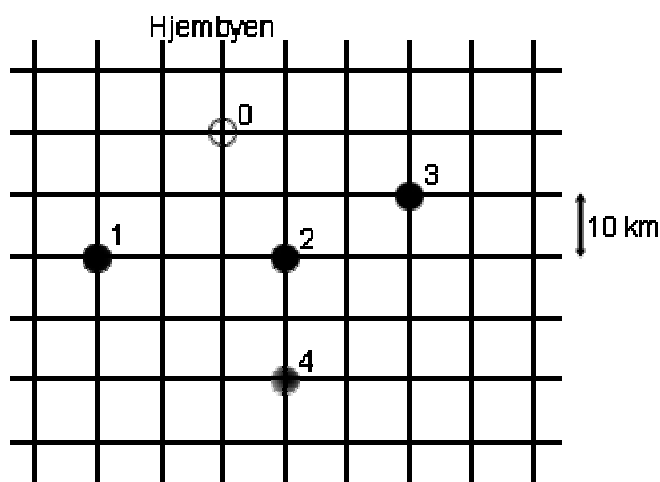
8. Svar: **144.** Legg først merke til at alle rektangler med areal 6 ruter gir resultat 20. Da blir problemet å telle opp alle slike rektangler. Det er 8 i bredden og 9 i høyden av den ene typen, og 9 i bredden og 8 i høyden av den andre typen.

$$\text{Totalt } 72 + 72 = 144.$$

Oppgavesett til første kvalifiseringsrunde 2002

Oppgave 1

En selger har ansvaret for salget av støvsugere i en del av landet. I alt skal han besøke 4 byer foruten sin egen hjemby.



For å spare tid og penger ønsker han å besøke byene i den rekkefølgen som gir kortest reiserute. Et kart over byene er vist på figuren over:

Finn den korteste ruta som selgeren kan velge.

Skriv inn rekkefølgen på byene i rutene nedenfor:

0 - - - 0

Oppgave 2

Da Pytagoras ble spurt hvor mange elever han hadde, svarte han slik:

"Halvparten av elevene mine studerer matematikk, fjerdedelen studerer fysikk, og syvendedelen øver seg på å tie stille. Dessuten fikk jeg nettopp 3 nye gutter."

Ingen elever hørte til i mer enn en gruppe.

Hvor mange elever hadde Pytagoras?

- a) 16 b) 28 c) 36 d) 84 e) 12 f) 56

Oppgave 3

I et selskap var det 12 barn.

Da vi spurte hvor gamle de var, fikk vi både 6, 7, 8, 9 og 10 år som svar.

Fire av barna var 6 år.

Da vi undersøkte svarene barna ga,

fant vi ut at typetallet (det som forekom flest ganger) var 8.

Hva var gjennomsnittsalderen til de tolv barna?

Skriv svaret i ruta.

år

Oppgave 4

Dere skal lage to tall der dere bruker sifrene 3, 4, 5, 8 og 9 én gang.

Multipliser de to tallene.

Eksempel: $985 \times 43 = 42355$

Hvor stort kan produktet bli?

Fyll ut tallene i rutene.

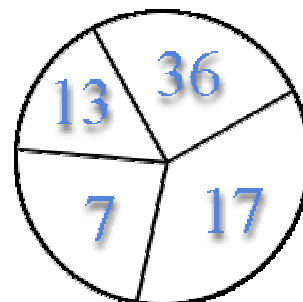
$\times$ =

Oppgave 5

Figuren viser et pilspill.

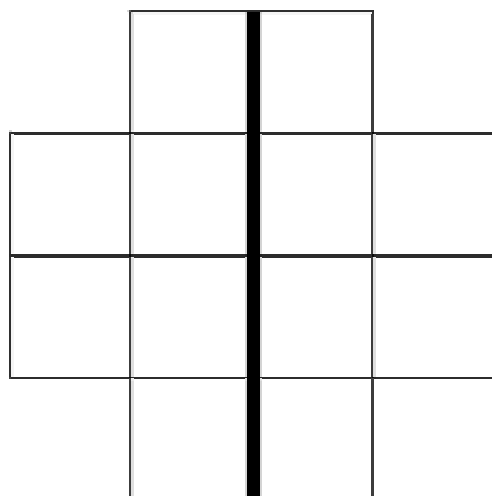
På hvor mange ulike måter er det mulig å treffe for å få nøyaktig 100 poeng?

Du kan bruke så mange piler du vil.



a) 8 b) 6 c) 5 d) 2 e) 7 f) 4

Oppgave 6



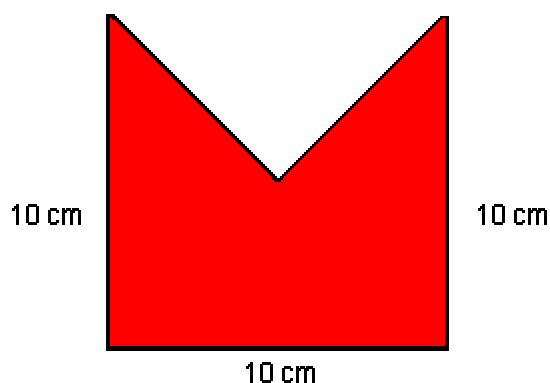
Dere skal plassere 6 svarte og 6 hvite knapper i rutene på brettet ovenfor slik at mønsteret blir symmetrisk om den svarte linjen.

Hvor mange ulike mønster finnes det?

Mønstrene regnes som like hvis de kan dekke hverandre ved skyving og dreining.

- a) ☐ 10 b) ☐ 5 c) ☐ 6 d) ☐ 4 e) ☐ 8 f) ☐ 12

Oppgave 7



Figuren på tegningen under kan deles opp i mindre biter med rette linjer, på en slik måte at de nye bitene *kongruente* med hverandre (se nedenfor).

De to skrålinjene er halve diagonaler. Kryss av på lista under for de antall biter som det er mulig å dele opp figuren i slik at alle de nye bitene blir helt like (kongruente) med hverandre. En eller flere avkrysningsfeil gir 0 poeng.

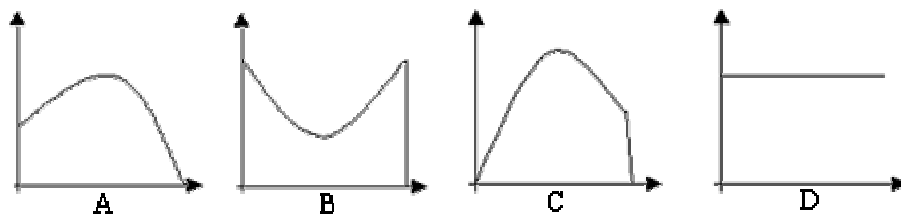
Kongruent betyr:

To figurer er kongruente hvis de blir sammenfallende etter speiling, rotasjon og/eller parallellforskyvning.

- ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☐ 11 ☐ 12

Oppgave 8

I koordinatsystemene nedenfor er tid enhet langs x-aksen og fart langs y-aksen. En av kurvene beskriver farten til et spyd fra det forlater spydkasterens hånd og til det treffer bakken.



A) ☐

B) ☐

C) ☐

D) ☐

Løsningsforslag, første runde 2002

Oppgave 1

Svar: $0 - 3 - 2 - 4 - 1 - 0$
eller motsatt vei.

Svaret finnes ved å regne ut eller måle avstandene mellom de ulike byene og finne hva som blir korteste vei totalt.

Rett svar: 5 poeng
Galt svar: 0 poeng
Blank: 1 poeng

Oppgave2

Svar: Alternativ b). Han hadde 28 elever.

Her kan dere enten prøve dere fram, eller sette opp en likning.
Hvis dere prøver dere fram, er det viktig å merke seg at antall elever må være delelig med både 2, 4 og 7. Da er bare 28, 84 og 56 mulig. Når halvparten, fjerdedelen og sjuendedelen er tatt bort, skal det være 3 igjen. Dermed er 28 det eneste alternativet.

Det andre alternativet er å sette opp en likning. La x være antall elever. Likningen blir:

$$\frac{x}{2} + \frac{x}{4} + \frac{x}{7} + 3 = x$$

Denne likningen kan løses på flere måter, men hvis vi vil unngå å regne med brøk, er det lurt å multiplisere alle ledd med 28. Da blir likningen slik:

$$14x + 7x + 4x + 84 = 28x$$

$$3x = 84$$

$$x = 28$$

Rett svar: 5 poeng
Galt svar: 0 poeng
Blank: 1 poeng

Oppgave 3

Svar: 7,5 år (Barnas alder 6, 6, 6, 6, 7, 8, 8, 8, 8, 8, 9, 10)

Det står i teksten at 4 av barna var 6 år og typetallet var 8.

Da må det være minst 5 barn som er 8 år.

Hvis det i tillegg skal være minst ett barn som er 7 år, 9 år og 10 år, må aldersfordelingen være fire 6-åringer, en 7-åring, fem 8-åringer, en 9-åring og en 10-åring.

Legger vi sammen alderen til alle barna og deler på 12, får vi 7,5 år.

Rett svar: 5 poeng
Galt svar: 0 poeng
Blank: 1 poeng

Oppgave 4

Svar: $853 \cdot 94 = 80182$

Her er det selvsagt mulig å prøve alle muligheter, for så å velge ut den som gir det største svaret. Men det kan ta lang tid!

Hvis en vil gjøre det ”skikkelig”, er det lurt å skrive tallene som:

$100a+10b+c$ og

$10d+e$

de a, b, c, d og e er en kombinasjon av tallene 3, 4, 5, 8 og 9. Produktet er da:

$(100a+10b+c) \cdot (10d+e) =$

$ad \cdot 1000 + (ae+bd) \cdot 100 + (be+cd) \cdot 10 + ce$

For at dette skal bli så stort som mulig, må

d være størst,

så kommer a ,

deretter b ,

så e

og til slutt c .

Svar $< 80\ 000$ eller svar > 80182 : 0 poeng

Blank: 1 poeng

$80\ 000 < \text{svar} < 80\ 182$: 3 poeng

$80\ 182$: 5 poeng

Oppgave 5

Svar: Alternativ e). Det er 7 måter:

$$7 \cdot 2 + 17 \cdot 2 + 13 \cdot 4 = 100$$

$$7 \cdot 3 + 13 \cdot 2 + 17 \cdot 2 + 36 = 100$$

$$7 \cdot 4 + 36 \cdot 2 = 100$$

$$7 \cdot 5 + 13 \cdot 5 = 100$$

$$7 \cdot 7 + 17 \cdot 3 = 100$$

$$7 \cdot 10 + 17 + 13 = 100$$

$$13 + 17 \cdot 3 + 36 = 100$$

Den beste måten å få oversikt over mulighetene på, er å sette opp svarene i 7-gangen, 13-gangen, 17-gangen og 36-gangen (opp til 100) ved siden av hverandre og se hvilke kombinasjoner som gir akkurat 100.

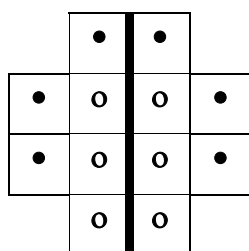
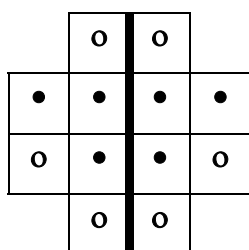
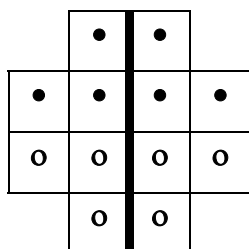
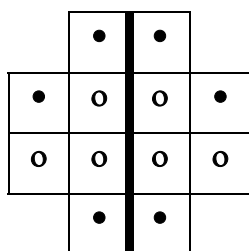
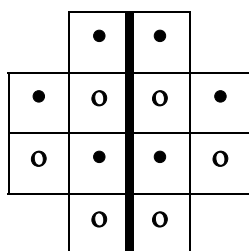
For eksempel:

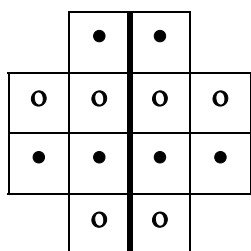
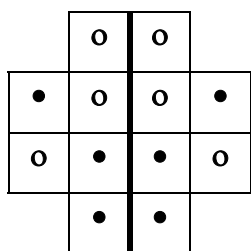
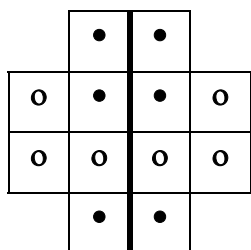
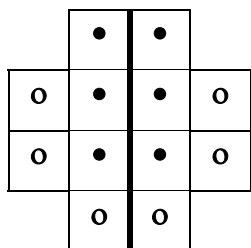
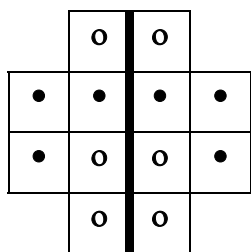
7	<u>14</u>	21	28	35	42	49	56	63	70	77	84	91	98
13	26	39	<u>52</u>	65	78	91							
17	<u>34</u>	51	68	85									
36	72												

a, d, f: 0 poeng, c=2 poeng, b = 3 poeng, e = 5 poeng.

Oppgave 6

Svar: Alternativ a). Det finnes 10 ulike mønster.

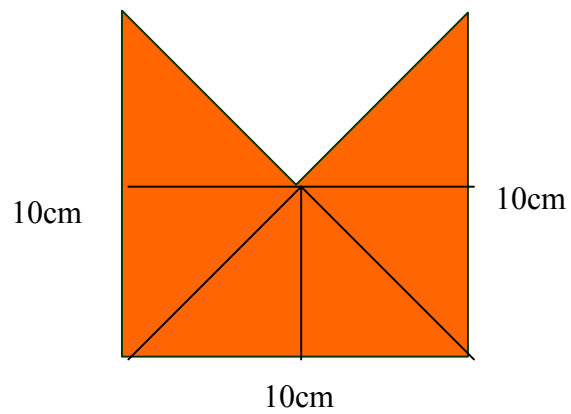
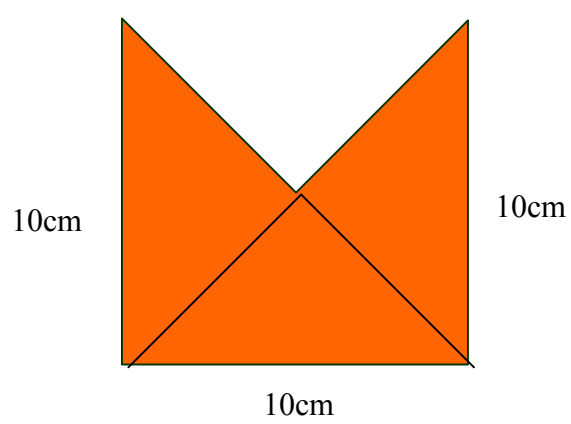
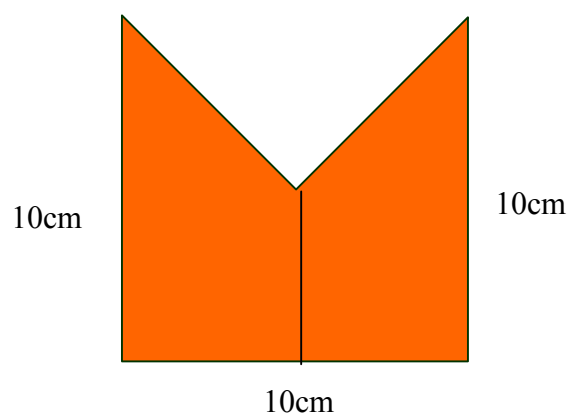


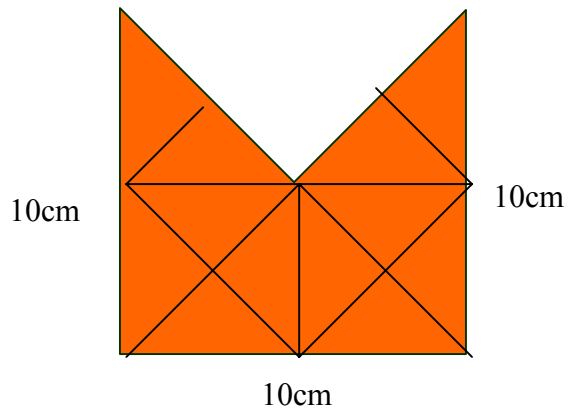
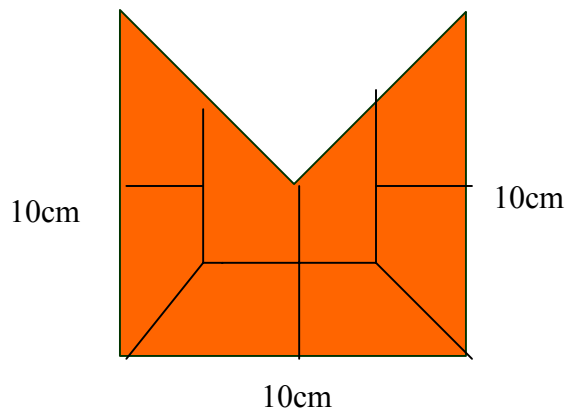


b, c, d, f: 0 poeng
 blank: 1 poeng
 e: 2 poeng
 a: 5 poeng

Oppgave 7

Svar: 2 – 3 – 6 – 8 – 12





4, 5, 7, 9, 10, 11 med i rekka: 0 poeng
 0, 1, 2 eller 3 rette: 0 poeng
 Blank: 1 poeng
 4 rette : 3 poeng
 2-3-6-8-12: 5 poeng

Oppgave 8

Svar: B

Spydet forlater hånda i stor fart. Farten synker til det når toppen av banen. Så øker farten igjen til spydet står i bakken.

Rett svar: 5 poeng
 Galt svar: 0 poeng
 Blank: 1 poeng

Oppgavesett til andre kvalifiseringsrunde 2002

Oppgave 1

Hvilket tall skiller seg ut ?

5

7

9

11

13

a) ☐ 5

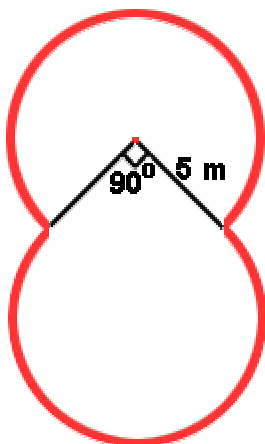
b) ☐ 7

c) ☐ 9

d) ☐ 11

e) ☐ 13

Oppgave 2



Kanten på et svømmebasseng er satt sammen av to like store sirkelbuer med mål som vist på figuren.

Bassenget er 1,8 meter dypt over alt, og bassenget er fylt opp med vann til 20 cm fra bassengkanten.

Hvor mange liter vann er det i bassenget?

Svar : liter

Oppgave 3

Plassér de hele tallene fra 1 til 15 i rutene nedenfor slik at summen av to tall som står ved siden av hverandre er et kvadrattall.

Alle tallene skal brukes nøyaktig én gang.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Oppgave 4

Et rektangel er delt opp i 4 delrektangler. Arealene av tre av delene er 7, 15 og 4. Finn arealet av rektangelet **X**

7	15
4	x

- a) ☐ 7 b) ☐ $\frac{15}{2}$ c) ☐ $\frac{60}{7}$ d) ☐ $\frac{23}{4}$ e) ☐ 8
-

Oppgave 5

Et tall kalles et palindrom hvis vi får det samme tallet enten det leses fra venstre mot høyre eller fra høyre mot venstre.

Nedenfor ser dere tre eksempler på palindrom:

181

25199152

66666

mens for eksempel 1081 IKKE er et palindrom

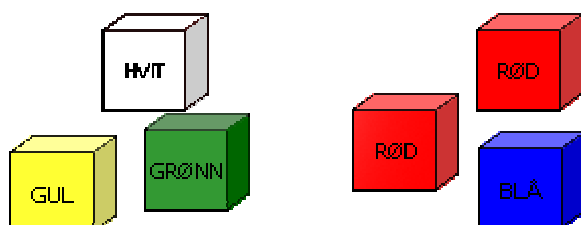
Hvor mange palindrom finnes mellom 100 og 1000?

- a) ☐ 75 b) ☐ 80 c) ☐ 86 d) ☐ 90 e) ☐ 96 f) ☐ 104
-

Oppgave 6

Vi har en eske med ensfargede terninger med fem forskjellige farger: rød, grønn, blå, hvit eller gul.

Vi ønsker å gruppere terningene tre og tre, alltid med ulike fargekombinasjoner. Terningene innen en gruppe kan også ha like farger.



Figuren over viser to mulige grupper.

Det er nok terninger i esken til at vi kan lage alle mulige fargekombinasjoner. Hvor mange grupper med tre terninger og med forskjellige fargekombinasjoner kan vi lage?

Svar: _____

Oppgave 7

Morfaren til Oda sparer mynter i ei krukke på kjøkkenet.

En lørdag får Oda 50 kr fra krukka. Det er akkurat 10% av pengene. Etter at Oda har gått, legger Morfaren 100kr i krukka.

Neste lørdag får Oda 10% av pengene som er i krukka, og etterpå legger Morfaren 100kr oppi.

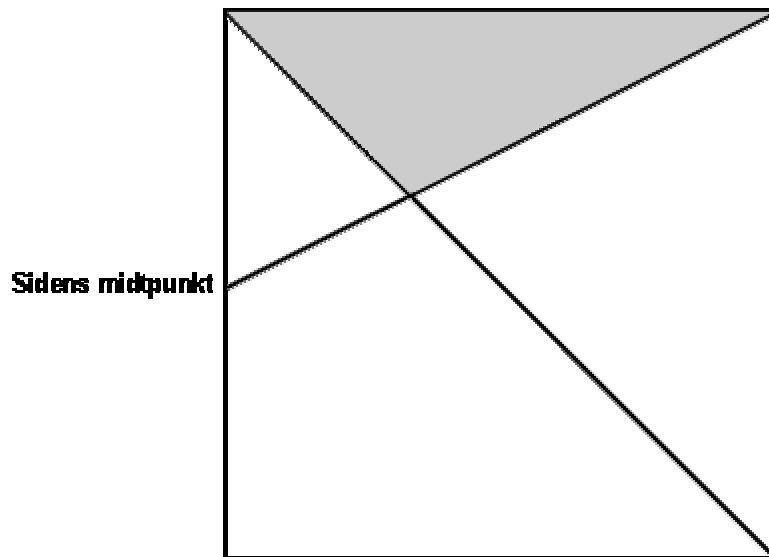
Like etter er det Odas bursdag. Da får hun 20% av pengene i krukka.

Hvor mye penger får Oda av Morfaren på bursdagen sin?

Svar: _____ kr

Oppgave 8

Et kvadrat med areal 60 cm^2 er delt som vist på figuren.



Hvor stor er den grå trekanten?

- a) ☐ 6 cm^2 b) ☐ 8 cm^2 c) ☐ 10 cm^2 d) ☐ 12 cm^2 e) ☐ 15 cm^2

Løsningsforslag, andre runde 2002

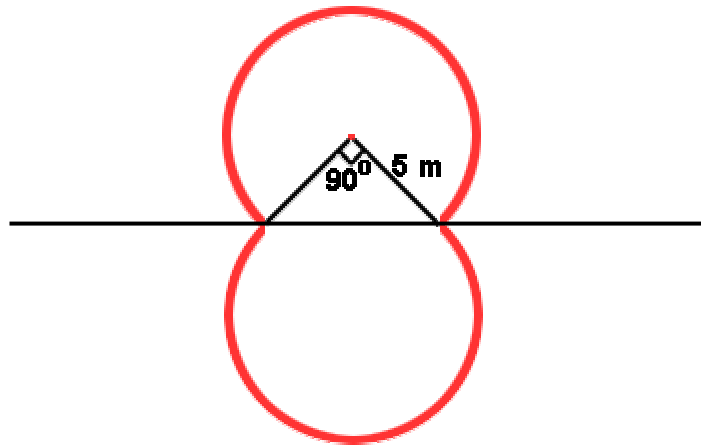
Oppgave 1.

Svar: 9. Dette er det eneste tallet som ikke er et primtall.

Oppgave 2.

Løsning: 228 500 liter. ($228,5 \text{ m}^3$)

Del figuren opp i to deler som vist på figuren:



Legg merke til at arealet over streken er lik arealet under streken. Det øvre arealet består av en trekvart sirkel og en rettvinklet trekant med areal $12,5 \text{ m}^2$. Arealet av en trekvart sirkel med radius 5 er lik

$$\frac{3}{4} \cdot \pi \cdot 5^2$$

Totalt areal blir derfor $2 \cdot (12,5 + \frac{3}{4} \cdot \pi \cdot 5^2) \text{ m}^2$.

Volumet blir $1,6 \text{ m} \cdot 2 \cdot (12,5 + \frac{3}{4} \cdot \pi \cdot 5^2) \text{ m}^2 = 228,49 \text{ m}^3$.

Det svarer til $1000 \frac{\text{l}}{\text{m}^3} \cdot 228,4956 \text{ m}^3 = 228\,500 \text{ liter}$.

Oppgave 3.

Løsning: Det er 4 forskjellige kvadrattall som er mulige summer av tallene mellom 1 og 15. Summene kan grupperes slik og summene kan kun bestå av ulike tall.

$$4 = 1+3$$

$$9 = 1+8, 2+7, 3+6, 4+5$$

$$16 = 1+15, 2+14, 3+13, 4+12, 5+11, 6+10, 7+9$$

$$25 = 10+15, 11+14, 12+13$$

Siden siden 9 og 8 kun forekommer 1 gang som mulig sum er eneste mulighet å plassere de ytterst. Når disse er plassert så kommer resten av tallene av seg selv:

8	1	15	10	6	3	13	12	4	5	11	14	2	7	9
---	---	----	----	---	---	----	----	---	---	----	----	---	---	---

Oppgave 4.

Løsning: Forholdet mellom arealet på rektanglene er det samme. Dette gir en

likning: $\frac{4}{7} = \frac{x}{15}$

Dette gir $x = \frac{60}{7}$

Oppgave 5.

Løsning: Formen på palindromer mellom 100 og 200 er $1n1$ der n kan være alt fra 0 til 9. Det gir ti mulige palindromer mellom 100 og 200. Det tilsvarende gjelder for tall mellom 200 og 300, 300 og 400 osv. Det gir da totalt $9 * 10 = 90$ palindromer mellom 100 og 1000.

Oppgave 6.

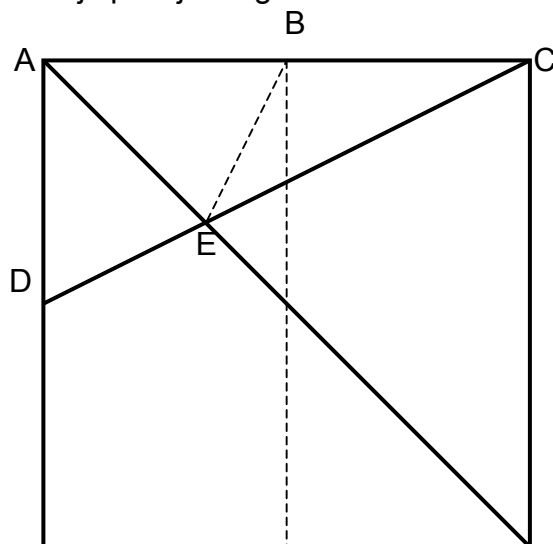
Svar: Totalt 35 kombinasjoner.

Oppgave 7.

Løsning: 119 kr.
Den første lørdagen ligger det 500 kroner i krukka, siden 50 kroner er 10 % av pengene. Når den første lørdagen er over så er det igjen $500 - 50 + 100 = 550$ kroner.
Neste lørdag får Oda 55 kroner, som er 10 % av 550. Når den lørdagen er over så er det igjen $550 - 55 + 100 = 595$ kroner i krukka.
Når Oda har bursdag får hun 20 % av disse pengene altså:
 $595 \cdot 0,2 = 119$ kroner.

Oppgave 8.

Løsning: Tegner inn to hjelpelinjer i figuren:

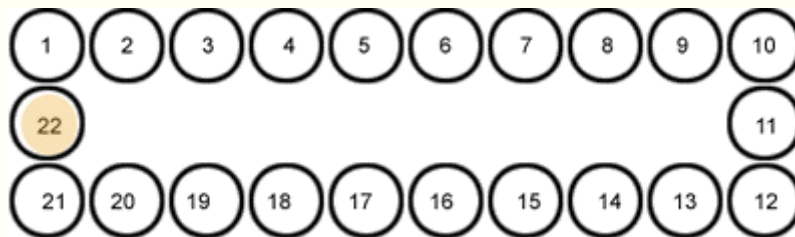


Vi vet at arealet av trekant ACD er en firedel av det totale arealet.
Legger merke til at $\angle ADE$ og $\angle ABE$ er kongruente siden de har samme grunnlinje og deler en felles side. $\angle ABE$ har også samme areal som $\angle BCE$, siden grunnlinjen og høyden er lik. $\angle ACD$ består av $\angle ADE$, $\angle ABE$ og $\angle BCE$, og siden disse deler et areal på en firedel av det totale arealet, vil vær og en oppta et areal på $1/12$ av det totale.
 $A(\angle ACE) = A(\angle ABE) + A(\angle BCE) = 1/12 + 1/12 = 1/6$.
Siden det totale arealet er 60 cm^2 så blir arealet av $\angle ACE$ lik 10 cm^2 .

Oppgavesett til første kvalifiseringsrunde 2003

Oppgave 1.

En skoleklasse med 21 elever var ute og spiste pizza sammen med matematikklæreren sin. Hun satt ved enden av bordet, på plassen merket **22**.



Da de skulle betale, foreslo en av elevene at tilfeldighetene skulle få avgjøre hvem som skulle betale for festen: "La oss telle til 7 så mange ganger som nødvendig. Hver gang vi kommer til 7, reiser vedkommende seg og forlater bordet. Den som sitter igjen som sistemann, betaler regningen." Alle syntes dette var en morsom måte å avgjøre saken på.

Det viste seg at det var læreren som ble sittende igjen til slutt og måtte betale. Da de begynte tellingen for å avgjøre hvem som skulle betale, begynte de å telle på den eleven som kom med forslaget og fortsatte å telle MED KLOKKA inntil bare én person - nemlig læreren - satt igjen. På hvilken plass satt eleven som kom med forslaget?

De begynte å telle med klokka på :

- | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| a) | b) nr 1 fra | c) nr 3 fra | d) nr 21 fra | e) nr 6 fra | f) nr 2 fra |
| læreren | læreren | læreren | læreren | læreren | læreren |
| ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |

Oppgave 2

Vi får vite at produktet av fire hele tall som følger rett etter hverandre har 5 som faktor. Hva er det største tallet vi da med sikkerhet kan si at dette tallet er delelig med?

- a) ☐ 5 b) ☐ 10 c) ☐ 120 d) ☐ 40 e) ☐ 150
-

Oppgave 3

Plasser 8 tallbrikker langs kantene på et 3x3 kvadrat som vist på figuren. Brikkene skal flyttes rundt på brettet så de danner et magisk kvadrat - det vil si at man alltid får samme sum hvis man legger sammen to eller tre tall langs vannrette, loddrette eller diagonale linjer. Det er bare lov å flytte brikker vannrett eller loddrett, og aldri hoppe over en annen brikke. Det finnes flere løsninger. For en av løsningene er det en bestemt brikke som blir liggende i ro.

1	2	3
4		5
6	7	8

Hvilken brikke er det?

- a) ☐ 1 b) ☐ 2 c) ☐ 3 d) ☐ 4 e) ☐ 5 f) ☐ 6 g) ☐ 7 h) ☐ 8

Oppgave 4

Dobbelt og tredobbelt.

Nedenfor har vi plassert sifrene 1 til 9 slik at de danner tre tresifrede tall. Det midterste er dobbelt så stort som det øverste og det nederste er tre ganger så stort som det øverste. Da er også det nederste lik summen av de to over.

1 9 2
3 8 4
5 7 6

Det finnes tre andre måter å plassere 1 til 9 slik at dette skjer. Vi vil ha det STØRSTE tallet som kan stå øverst for å få til dette.

Svar: _____

Oppgave 5

I hvor mange ulike mønstre kan fire like te-lys plasseres på et bord slik at det bare forekommer to ulike avstander mellom lysenes sentrum.

a) ☐ 1 b) ☐ 4 c) ☐ 0 d) ☐ 3 e) ☐ uendelig mange f) ☐ 6

måter

Oppgave 6

Du kan fylle et kar med vann fra ei varmtvannskran på 80 minutter. Med kaldtvannskrana kan du fylle karet på 48 minutter. Hvor lang tid tar det å fylle karet hvis du bruker begge kranene?

a) ☐ 128 min b) ☐ 64 min c) ☐ 32 min d) ☐ 30 min e) ☐ 40 min f) ☐ 24 min

Oppgave 7

En bil kjører med konstant hastighet. La oss tenke oss at han møter en strøm av biler som alle holder samme hastighet som denne bilen, og at avstanden mellom bilene han møter er den samme. Mellom Alfaby og Betaby er det nøyaktig 40 kilometer. På denne strekningen møter han 50 biler.

Hva er avstanden mellom hver av de 50 bilene?

- a) ☐ 800 m b) ☐ 400 m c) ☐ 1250 m d) ☐ 1600 m e) ☐ 1000 m
-

Oppgave 8

To båter har kurs 90 grader i forhold til hverandre. De seiler like fort. Når båt A er i krysningpunktet for båtenes kurs, har båt B 2500 meter igjen til krysningpunktet.

Hvor langt fra hverandre er båtene i det øyeblikket de er nærmest hverandre? Svaret er rundet av til nærmeste 10 meter.

Båtene er

- a) ☐ 2500 m b) ☐ 1770 m c) ☐ 1800 m d) ☐ 2060 m e) ☐ 0 m

fra hverandre.

Løsningsforslag, første runde 2003

Oppgave 1

De begynte å telle på nr seks med sola fra der læreren sitter.

Oppgave 2

Vi vet at tallet er delelig med 5. Dessuten er minst ett av de fire tallene delelig med 3. To av tallene er partall, det ene deleig med 2 og det andre med 4. Det betyr at produktet av de fire heltallene er deleig med $5 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 4 = 120$.

Oppgave 3

Løsning nr 1: Brikke nr 3 (nr 2 ligger på samme plass, men er ikke i ro hele tiden).

1	6	5
8	4	
3	2	7

Løsning 2: Brikke nr 1 ligger på samme plass hele tiden.

NB! Løsningene 2, gir 3 poeng.

Start:

1 2 3
4 5
6 7 8

h = høyre
v = venstre
o = opp
n = ned

4h 6o 7v 4n 6h 7o 4v 8v 5n 6h 2n 3v 6o 5o 8h 2n 3n 6v 5o 8o 2h 4h 7n 3v 8v 2o 4h 7h 3n 8v
2v 4o 7h 2n 4v

Resultat:

1 6 5
8 4
3 2 7

Oppgave 4

Løsning: De andre løsningene er 219, 273 og 327. Svaret er derfor 327.

Oppgave 5

Løsning:

De **seks** ulike mønstrene er

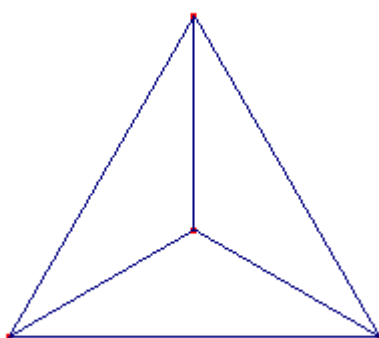
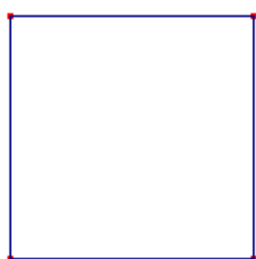
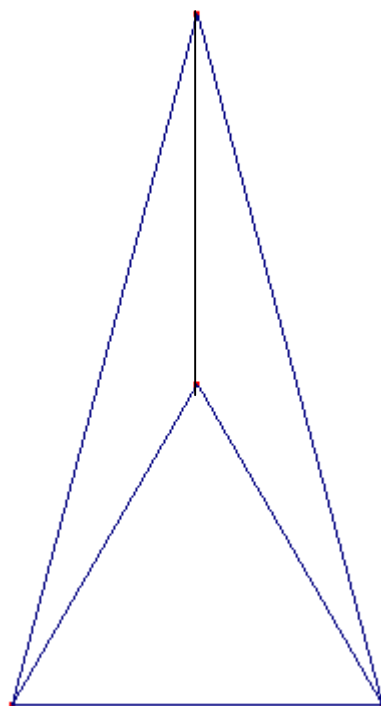
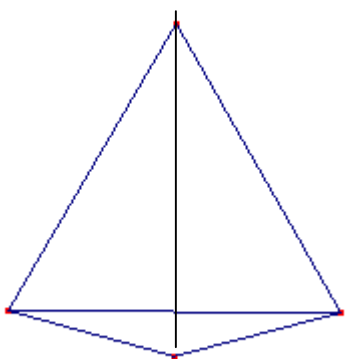
- ett lys i hvert av hjørnene i et kvadrat
- ett lys i hvert av hjørnene i en likesidet trekant og ett lys i trekantens tyngdepunkt
- ett lys i hvert hjørne av en rombe, der en av diagonalene deler romben i to likesidede trekanter
- ett lys i hvert hjørne av en likesidet trekant og det siste på en sirkel med sentrum i det ene lyset, radius lik siden i trekanten, i skjæringspunktet med radius normalt på sidekanten mellom de to andre lysene. Her finnes **TO** alternativer.
- I tillegg finnes det en trapesløsning:

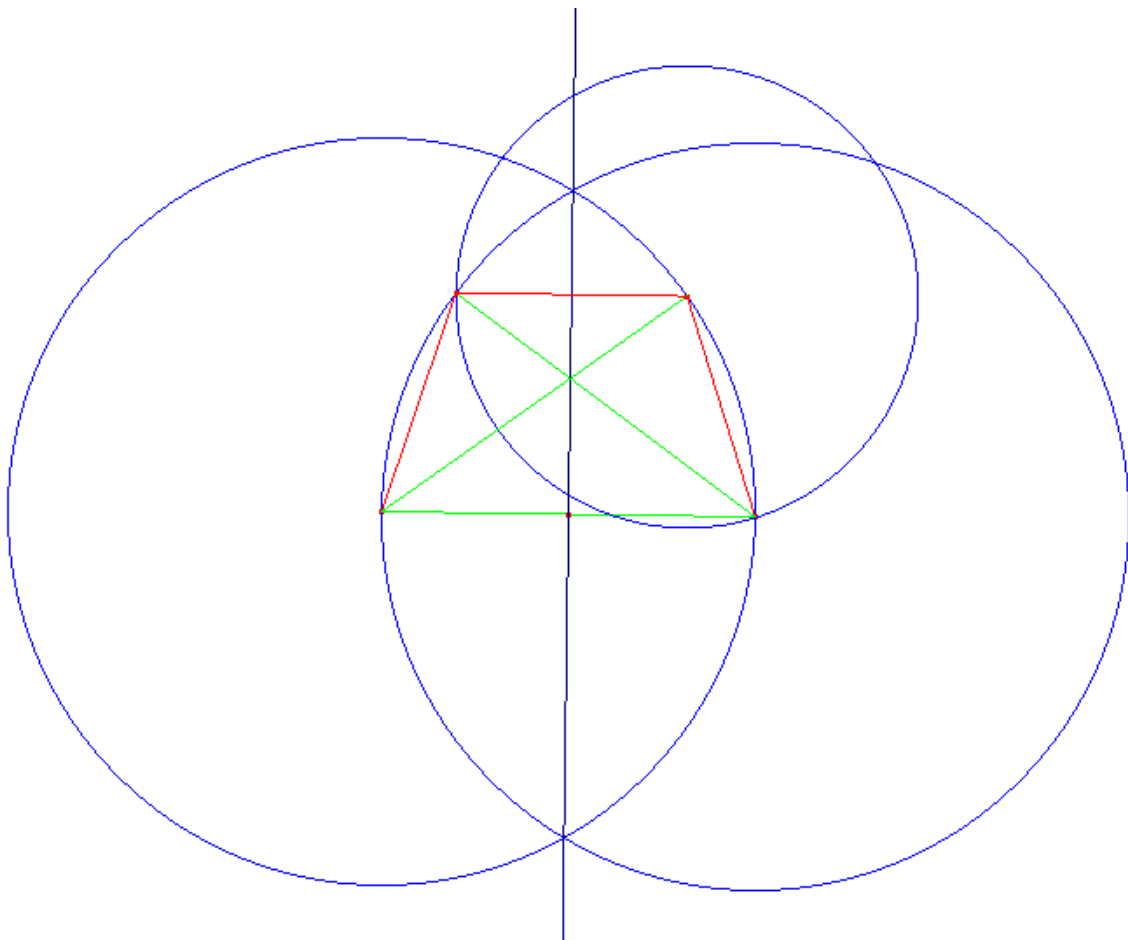
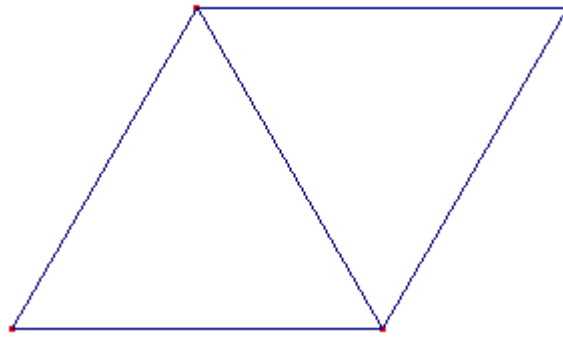
d--c
/ \
a-----b

Lag to like store sirkler med sentrum i to punkt (a og b) med radius lik avstanden mellom punkta. Det bør då vere muleg å finne to punkt (c og d), der c ligg på sirkelen med sentrum i a og d ligg på sirkelen med sentrum i b slik at avstandane bc, cd og ad er like. Sidan c og d ligg på sirklane vil avstandane ab, ac og bd vere like. Mao. finst det berre to ulike avstandar mellom punkta.

SE FIGURENE NEDENFOR

Det finnes seks alternative mønster for å plassere fire T-lys med bare to ulike avstander mellom T-lysenes sentrum. Lysene plasseres i hjørnene i de seks figurene





Her er en sjette løsning på telys-oppgaven. De grønne linjene er like lange og de røde er like lange. Det finnes bare to ulike avstander mellom lysene.

Oppgave 6

Svar: 30 minutter.

Hvert minutt fylles $\frac{1}{48} + \frac{1}{80} = \frac{10}{480} + \frac{6}{480} = \frac{16}{480} = \frac{1}{30}$ av karet.

Oppgave 7

Løsning:

Det passerer en bil for hver $\frac{40000m}{50} = 800m$, men siden bilene beveger seg i motsatt retning

av ham, har den bilen han nettopp passerte, også kjørt 800 meter. Det vil si at avstanden mellom to biler er $800m + 800m = 1600m$.

Oppgave 8

Løsning:

Båtene er 1770 meter fra krysningspunktet.

Vi regner med at elevene prøver seg fram ved å lage figur og måle.

Strengt tatt må en vise dette ved derivasjon. Ved å sette kvadratet av avtandene mellom båtene lik $f(x)$, der x er strekningen båt A har seilt fra krysningspunktet, får vi:

$$f(x) = x^2 + (2500 - x)^2$$

Maksimum for denne funksjonen oppnås for $x = 1250$. Da er avstanden mellom båtene:

$$\sqrt{f(1250)} = 1250\sqrt{2} = 1767,8$$

Oppgavesett til andre kvalifiseringsrunde 2003

Følgende poengfordeling følges :

Korrekt svar : **5 poeng** Ikke besvart (blankt) : **1 poeng** Feil svar : **0 poeng**

NB!! Det er veldig VIKTIG at dere ikke skriver inn annet enn selve svaret (kun tall!) i de feltene der dere kan gjøre dette (oppgavene 2, 3, 4, 5, 6 og 7).

Oppgave 1.

Målt i luftlinje bor Lisa i et hus 5 km fra skolen og Nils i et hus 3 km fra skolen.

Hvor langt er det i luftlinje mellom husene Lisa og Nils bor i?

- a) ☐ 2 km. b) ☐ 8 km. c) ☐ Enten 2 km eller 8 km.
d) ☐ Alle avstander mellom 2 km og 8 km er mulige.
e) ☐ Ingen av svaralternativene over er riktige.
-

Oppgave 2

Tenk dere at dere skal kjøpe inn godteri til et bursdagsselskap. Dere kan kjøpe sjokolade, kjærlighet eller litt av hvert, men dere skal bruke nøyaktig 200 kr.

Det koster 3 kr for kjærlighet og 8 kr for sjokolade.

Hvor mange ulike kombinasjoner av sjokolade og kjærlighet kan dere velge mellom?

Det finnes ulike kombinasjoner.

Oppgave 3



Sju terninger er stablet (som vist på bildet til venstre), og du kan se stablene fra alle sider (men du får ikke løfte dem fra bordet).

Hvor mange prikker er gjemt mellom og under terningtårnene?

Tips: Sjekk hvordan øynene på en terning er plassert i forhold til hverandre.

Svar : prikker gjemt mellom og under terningtårnene.

Oppgave 4

Et femsifret tall har følgende egenskaper:

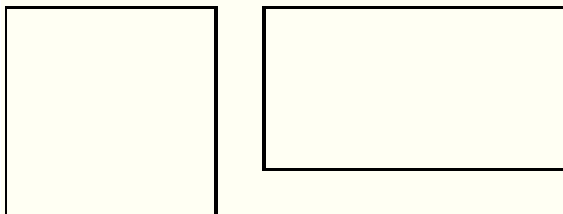
- Ingen siffer er like
- Det forekommer ingen 0 i tallet
- Differansen mellom sifferet på tusenplassen og sifferet på hundreplassen er 1
- Sifferet på tusenplassen er større enn sifferet på hundreplassen
- Sifferet på tusenplassen er dobbelt så stort som sifferet på titusenplassen
- Summen av de fire sifrene utenom sifferet på enerplassen er delelig med 9
- Sifferet på tierplassen er kvadratet av sifferet på enerplassen

Finn tallet!

Svar : Det 5-sifrede tallet er

Oppgave 5

Et kvadrat og et rektangel har like stort areal. Lengden i rektanget er 3 cm større enn siden i kvadratet, og bredden er 2 cm mindre enn siden i kvadratet. Omkretsen til rektanget er 26 cm.



Hvor stor er den lengste siden på rektanget?

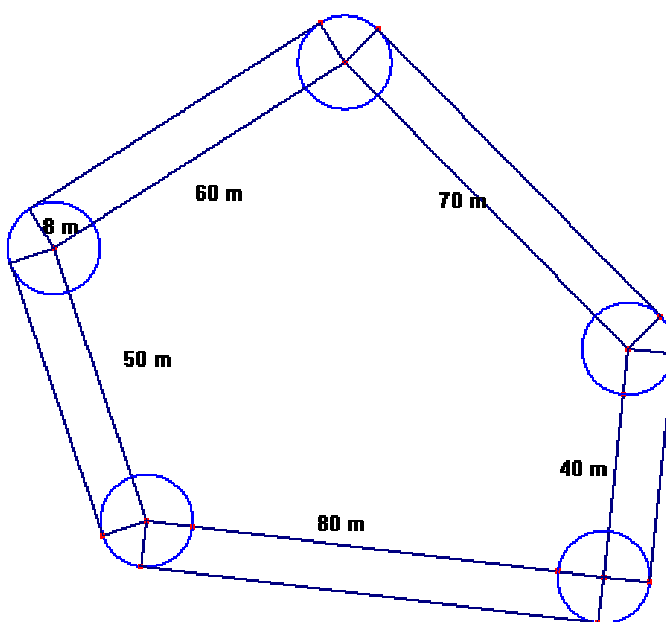
Svar : Den lengste siden på rektanget er cm.

Oppgave 6

Et fortau omkranser en femkantet hage med omkrets 300 meter. Ved hjørnene i femkanten, danner fortauets sirkelsektorer med radius 8 meter.

Hvor stort areal har hele fortauet?

Rund av til nærmeste hundremeter.



Svar : Arealet av fortauet er

kvadratmeter

Oppgave 7

Den 1. juni 2001 var gjennomsnittsalderen blant 33 lærere på KappAbel skole 47 år. Den 31. mai 2002 sluttet tre lærere på 65 år, 58 år og 62 år. De ble straks erstattet av fire nye lærere på 24 år, 31 år, 26 år og 28 år.

Hva var gjennomsnittsalderen blant lærerne på KappAbel skole den 1. juni 2002?

Oppgi alderen i nærmeste hele år.

Svar : Gjennomsnittsalderen var år.

Oppgave 8

Bokstavene a, b, c, d og e kan settes etter hverandre på 120 forskjellige måter.

Hvor mange av måtene er slik at a og b står ved siden av hverandre (det gjør ikke noe om b står foran a)?

Svar : a og b står ved siden av hverandre

a) 12
ganger

b) 15
ganger

c) 24
ganger

d) 48
ganger

e) 6
ganger

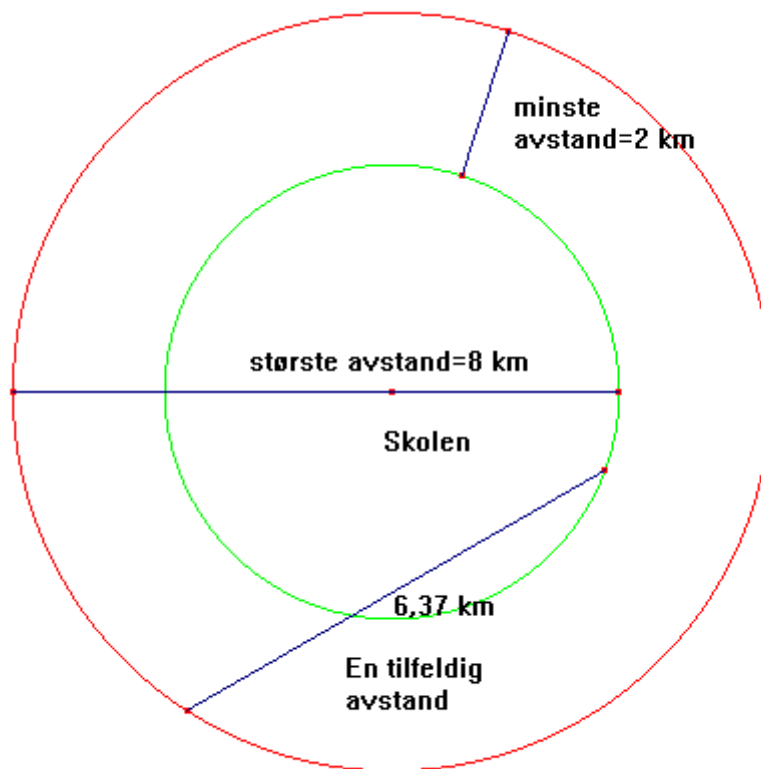
Løsningsforslag, andre runde 2003

Oppgave 1

Løsningsforslag:

D Alle avstander mellom 2 km og 8 km er mulige

Lisa bor et eller annet sted på den røde sirkelen. Nils bor et eller annet sted på den grønne sirkelen.



Oppgave 2

Løsningsforslag: Det finnes 9 ulike måter:

Kjærlighet á 3 kr	Sjokolade á 8 kr	Pris i kr
0	25	$25 \cdot 8 = 200$
8	22	$8 \cdot 3 + 22 \cdot 8 = 200$
16	19	$16 \cdot 3 + 19 \cdot 8 = 200$
24	16	$24 \cdot 3 + 16 \cdot 8 = 200$
32	13	$32 \cdot 3 + 13 \cdot 8 = 200$
40	10	$40 \cdot 3 + 10 \cdot 8 = 200$
48	7	$48 \cdot 3 + 7 \cdot 8 = 200$
56	4	$56 \cdot 3 + 4 \cdot 8 = 200$
64	1	$64 \cdot 3 + 1 \cdot 8 = 200$

Oppgave 3

Løsningsforslag: Det er alltid 7 prikker til sammen på to motstående sider. På de 7 terningene vil det være $7 \cdot 7 = 49$ prikker på de horisontale sidene, og vi ser bare tre prikker på de to øverste terningsidene. Det er 46 prikker vi ikke ser.

Oppgave 4

Løsningsforslag: Tallet er 36 542.

Det siste hintet gir mulighetene 9 og 3 eller 4 og 2 for de to siste sifrene (1 og 1 går ikke på grunn av første hint). Tredje, fjerde og femte hint gir mulighetene 48 793 eller 36 542. Men sjette hint gir bare en mulig løsning.

Oppgave 5

Løsningsforslag: lengden er 9 cm og bredden 4 cm. Siden i kvadratet er da $9 - 3 = 6$ cm som også passer med $4 + 2 = 6$. Arealene er 36 (9×4 og 6×6). Dette kan for eksempel løses med en likning:

La x være siden i kvadratet.

$$2(x+3)+2(x-2) = 26 \quad (\text{omkretsen av rektangelet}).$$

$$4x + 2 = 26$$

$$x = 6$$

Oppgave 6

Løsningsforslag:

De fem sirkelsektorene utgjør til sammen en hel sirkel med radius 8 m. Arealet av fortauet er:

$$(80 + 40 + 70 + 60 + 50) \cdot 8 + \pi \cdot 64 = 2400 + 64\pi \text{ kvadratmeter} \approx 2600 \text{ kvadratmeter}$$

Oppgave 7

Løsningsforslag:

Total alder for de 33 lærerne er $33 \cdot 47 = 1551$ år 1. juni 2001.

Lærerne som slutter er til sammen $65 + 58 + 62 = 185$ år, og lærerne som begynner er $24 + 31 + 26 + 28 = 109$ år, alt sammen 31. mai 2002.

Total alder for det nye personalet er $1551 + 33 - 185 + 109 = 1508$ år. Da er det 34 lærere på skolen, og de 30 "stabile" lærerne er blitt ett år eldre. Gjennomsnittsalder er $1508 : 34 = 44$ år

Oppgave 8

Løsningsforslag.

Tenk på ab som 1 bokstav. Da er det 4 bokstaver som skal stokkes. Det kan gjøres på $4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$ forskjellige måter. På samme måten tenker vi på ba som en bokstav. Det gir 24 nye måter. Det betyr at a og b kommer ved siden av hverandre 48 ganger. (40% av gangene)

Oppgavesett til første runde 2004

Oppgave 1

Hvor skal vi?

Hans hadde glemt pinkoden på kredittkortet sitt.
Han husket at pinkoden hadde fire siffer, og at det var et oddetall.
Han husket også at de fire siftenes var 0, 5, 6 og 7, og at pinkoden ikke begynte med 0.

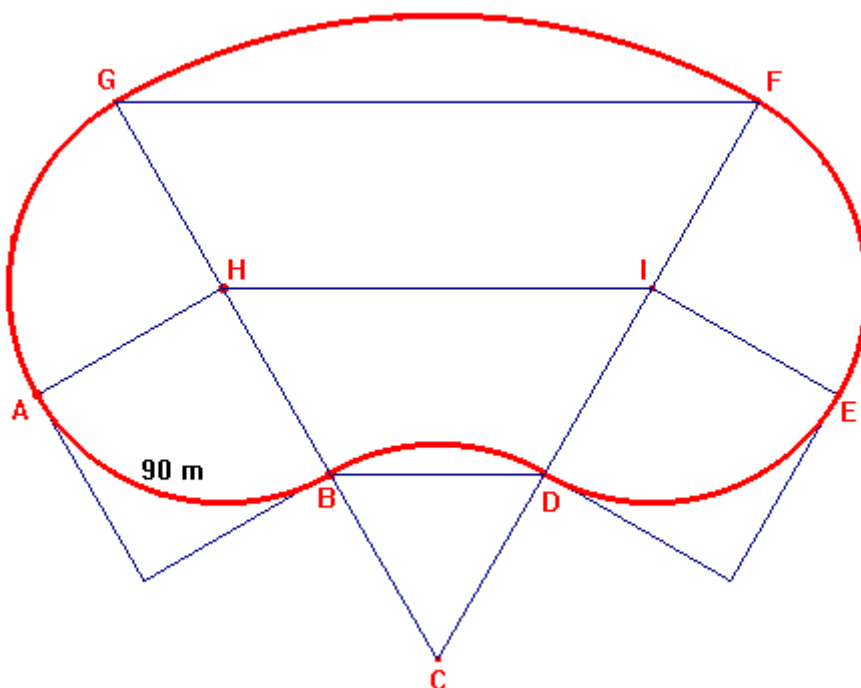
Hvor mange ulike pinkoder passer til Hans beskrivelse?

Sett kryss ved svaret deres:

☐ 2 ☐ 8 ☐ 10 ☐ 12 ☐ 18 ☐ 24

Oppgave 2

Hvor lang er banen?



Figuren viser en løpebane med en spesiell form.
Trekanten CFG er likesidet. Midt på sidene CG og CF er det tegnet kvadrater med side lik $\frac{1}{3}$ av siden i trekanten.
Banen består av fire sirkelbuer: En med sentrum i H, en med sentrum i I og to med sentrum i C. Det er 90 meter fra A til B langs sirkelbuen.
Hvor lang er hele banen?

Sett kryss ved svaret deres:

☐ 314 m ☐ 526 m ☐ 600 m ☐ 628 m ☐ 900 m

Oppgave 3

Myntkombinasjon

I USA har de mynter som kalles penny, nickel, dime og quarter. Verdien på myntene er:

1 penny = 1 cent

1 nickel = 5 cents

1 dime = 10 cents

1 quarter = 25 cents

Eric, Jenny, Rebecca og Mitch hadde alle sammen nøyaktig 1 dollar (=100 cents) hver i mynter.

- Ingen av dem hadde noen pennyer
- Hver av dem hadde minst en quarter
- Ingen av dem hadde det samme antall quarters
- Mitch hadde 1 mer enn 5 ganger så mange nickels som Rebecca
- Rebecca hadde dobbelt så mange dimes som Eric
- Eric hadde færre nickels enn Rebecca

Hvor mange mynter hadde de til sammen?

Sett kryss ved svaret deres:

☐ 10 ☐ 24 ☐ 32 ☐ 33 ☐ 34

Oppgave 4

Selskapsproblemet

$\frac{1}{3}$ av gjestene i et selskap var voksne kvinner og $\frac{1}{4}$ var yngre jenter. $\frac{1}{6}$ var menn og 6 var gutter. Hvor mange gjester var det i selskapet?

Skriv svaret deres i boksen:

Oppgave 5

Beates perler



Beate vil lage et perlekjede der hun følger mønsteret over. Hun har mange røde og blå perler, men bare 10 hvite. Hun vil lage perlekjedet så langt som mulig. Mønsteret behøver ikke å stemme når hun hekter det sammen.

Hvor mange røde og blå perler har hun brukt til sammen når alle de hvite perlene er brukt opp?

Sett kryss ved svaret deres:

☐ 10 ☐ 20 ☐ 30 ☐ 50 ☐ 55 ☐ 65

Oppgave 6

Tilbud på pizza

En pizza med diameter 25cm selges for 50 kr. Butikken påstår at de har et supertilbud på pizza. De selger en stor pizza med diameter 30cm for spesialpris 58,50 kr. Hvor mange prosent billigere er den store pizzaen i forhold til den lille pizzaen når vi ser pris i forhold til hvor mye pizza man får? Rund av til nærmeste hele tall.

Sett kryss ved svaret deres:

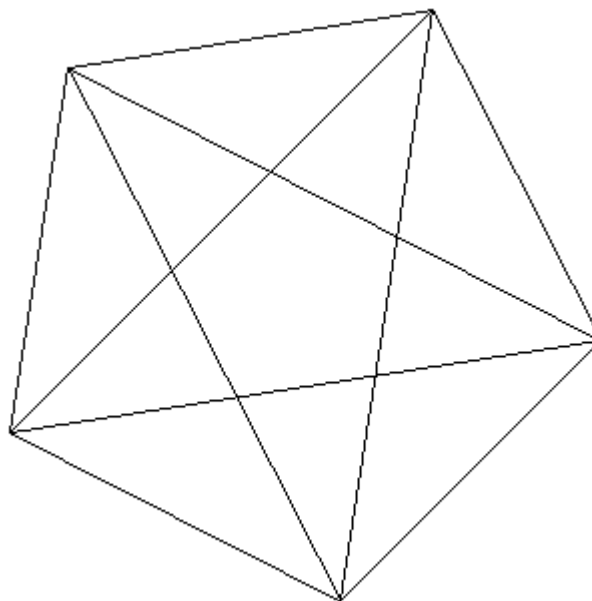
☐ 3% ☐ 17% ☐ 19% ☐ 20% ☐ 23%

Oppgave 7

Trekanter i pentagrammet

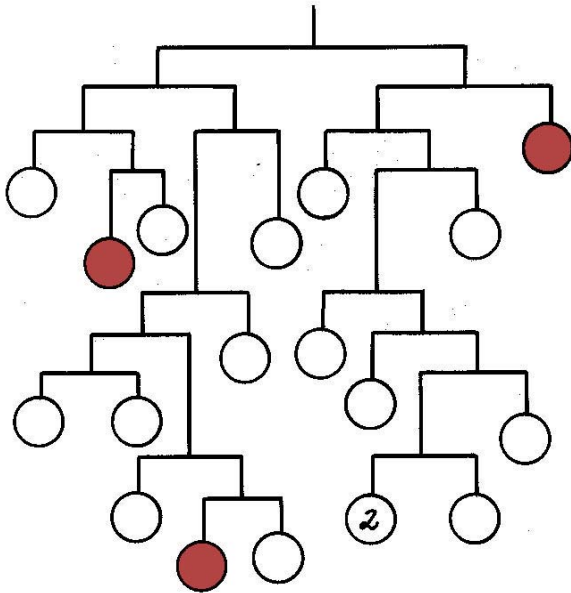
Hvor mange trekanter kan dere finne i figuren?

Skriv antallet i ruten:



Oppgave 8

Archimedes' uro



Arkimedes gjorde flere oppdagelser om balanse og likevekt. Oppdagelsene blir blant annet brukt i uroer.

Hva blir summen av vektene til de tre grå kulene?

(Dere kan regne med at det bare er kulene som veier noe. Vekten på de vannrette stengene i uroen kan dere se bort fra.)

Sett kryss ved svaret deres:

☐ 6 ☐ 18 ☐ 34 ☐ 123

☐ 164 ☐ 288

Løsningsforslag, første runde 2004

Oppgave 1

Løsning:

Det er 8 muligheter:

6507

5607

6057

5067

6705

7605

6075

7065

Oppgave 2

Løsning:

Det er to halvsirkler med sentrum i henholdsvis H og I. Disse er til sammen 360 m.

Buen BD er en seksdel av en sirkel med samme radius som de to halvsirklene, altså 60 m. Buen GF er en seksdel av en sirkel med tre ganger så stor radius som de andre, altså 180 m.

Hele banen er $360\text{m} + 60\text{m} + 180\text{m} = 600\text{m}$

Oppgave 3

Løsning:

	quarters	dimes	nickels
Mitch	1	2	11
Rebecca	2	4	2
Eric	3	2	1
Jenny	4	0	0

De hadde 32 mynter til sammen

Oppgave 4

Løsning:

De 6 guttene er $1 - 1/3 - 1/4 - 1/6 = 1/4$ av gjestene. Det er da $6 \times 4 = 24$ gjester

Oppgave 5

Løsning:

Hun bruker 55 blå og røde perler til sammen. Mønsterenheten er:

R-H-R-R-B-B

Dvs at hun bruker tre røde og to blå for hver hvite. I 10 mønsterrapporter bruker hun 50 røde og blå. På hver side kan hun i tillegg få plass til noen røde og blå, slik:

R-R-B-B-XXXXXXXXXXXX-R

Altså $50 + 5 = 55$ røde og blå perler til sammen.

Oppgave 6

Løsning:

Den store pizzaen koster:

$$58,50 \text{ kr} : (\pi \cdot 15^2 \text{ cm}^2) = 0,0828 \text{ kr/cm}^2$$

Den lille pizzaen koster

$$50 \text{ kr} : (\pi \cdot 12,5^2 \text{ cm}^2) = 0,1019 \text{ kr/cm}^2$$

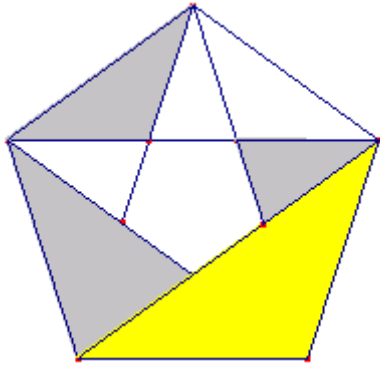
Prisreduksjonen i prosent:

$$((0,1019 \text{ kr/cm}^2 - 0,0828 \text{ kr/cm}^2) \cdot 100\%) : 0,1019 \text{ kr/cm}^2 = 18,8\% \approx 19\%$$

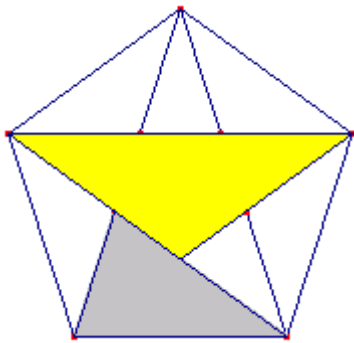
Oppgave 7

Løsning:

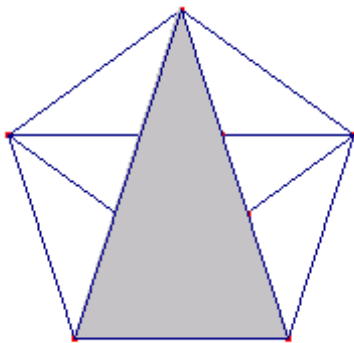
Det er 35 trekanter til sammen.



5 av hver type trekant gir $4 \times 5 = 20$ trekanter



I tillegg fem av hver av disse: $2 \times 5 = 10$ trekanter



og endelig 5 trekanter

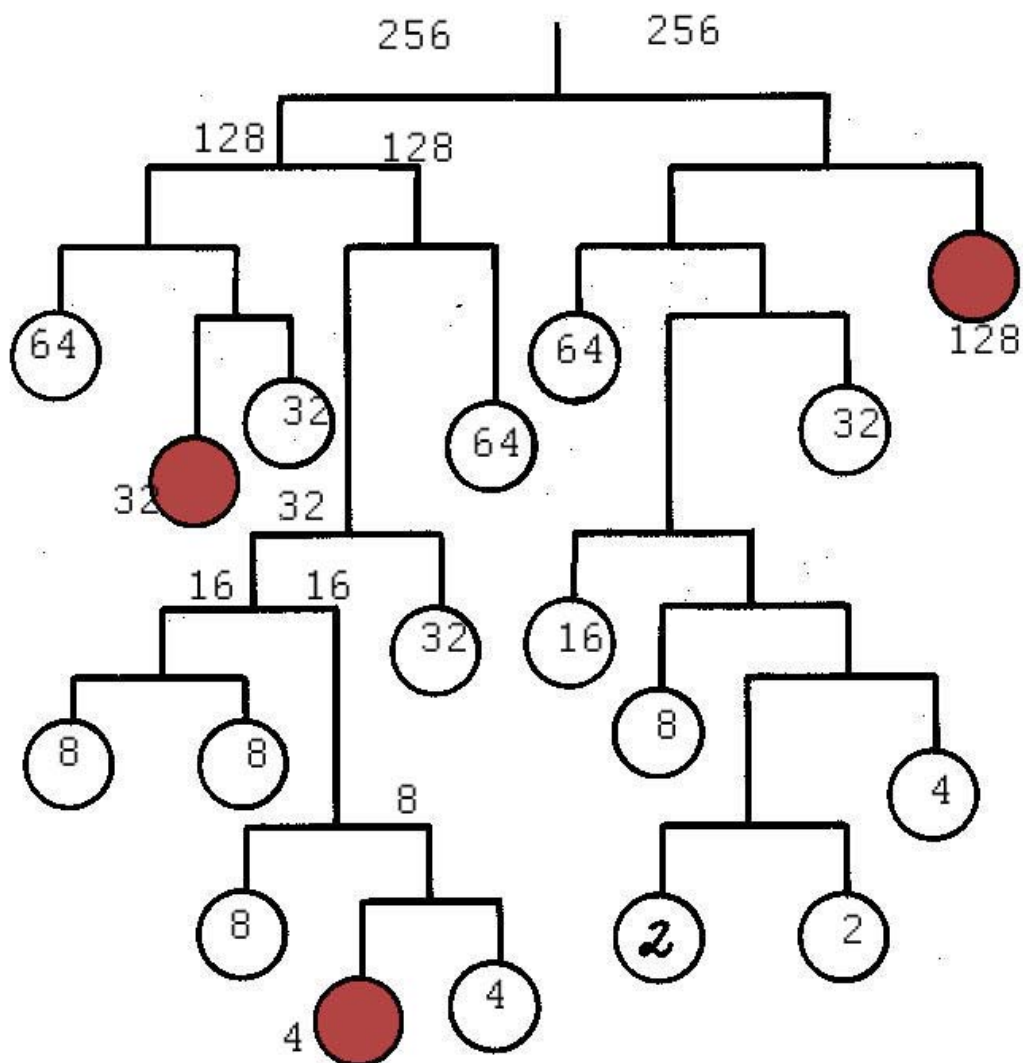
35 trekanter i alt

Oppgave 8

Løsning

Hvis vi teller oppover og bruker likevektsprinsippet, får vi at den røde kula til høyre veier 128. Alle ballene på høyre side av uroen veier da 256 til sammen. Nå kaller vi den nederste røde ballen for x , og får at den røde ballen øverst til venstre veier $8x$. Hele venstre siden veier $64x$, som er lik høyre siden. Det gir

X=4 og summen av de rødt ballene er $4+32+128=164$



Oppgavesett til andre kvalifiseringsrunde 2004

Oppgave 1

Tennisballer

Lene og Hans har noen tennisballer hver.

Hvis Lene gir Hans 8 av sine tennisballer, så har de like mange.

Hvis Hans gir Lene 8 av sine tennisballer, har Lene 3 ganger så mange tennisballer som Hans.

Hvor mange tennisballer har Lene?

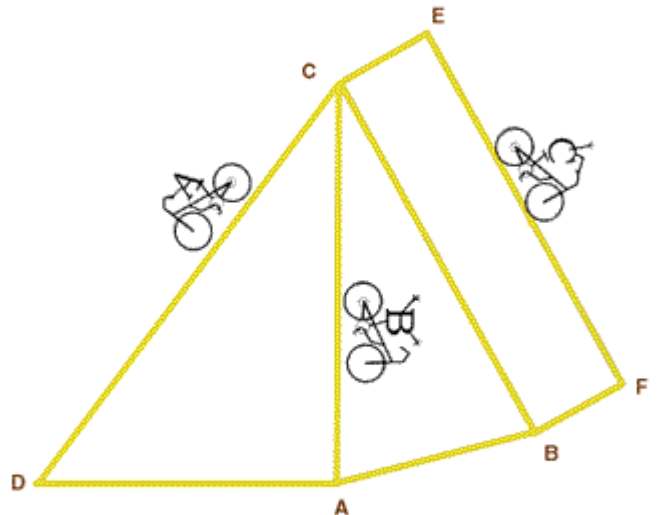
Skriv svaret deres i boksen:

Oppgave 2

Sykkelturer

Anne, Berit og Cecilie ville prøve ut tre forskjellige sykkelturer. De syklet med forskjellig gjennomsnittshastighet. Her er noen fakta om sykkelturene:

- Alle syklisterne begynte og sluttet i C.
- Lengden av CE er halve lengden av AB.
- $EF = CB$
- $\triangle ACB$ er en likebeint trekant, med vinkel CAB lik vinkel ABC.
- $\triangle DAC$ er en rettvinklet trekant.
- Vinkel CBF og vinkel CEF er rette vinkler.
- AB er $\frac{2}{3}$ av AD.
- DC er $\frac{5}{4}$ av AC.
- $BF = 2$ km
- $EF = 8$ km



Alle tre jentene starter samtidig.

Anne syklet rute CDAC med en gjennomsnittsfart på 30 km/h.

Bente syklet rundt den likebeinte trekanten med en gjennomsnittsfart på 20 km/h.

Cecilie syklet CEFBC med en gjennomsnittsfart på 24 km/h.

Hvem kom tilbake til C som nummer 1, 2 og 3, og hvor mange minutter brukte den som kom først? Skriv svaret i hele minutter. Ingen desimaler!

Skriv A for Anne, B for Bente og C for Cecilie i riktige bokser:

No 1:

No 2:

No 3:

Vinnertiden var:

minutter

Oppgave 3

TREKANTER

I en pose er det pinner som er buntet sammen tre og tre. Lengdene til alle pinnene er et helt antall centimeter. Summen av lengden av pinnene i hver bunt er 12 cm, og alle mulige kombinasjoner av slike treerbunter finnes i posen. Alle buntene er forskjellige. Dere trekker en tilfeldig bunt fra posen.

Hvor stor er sannsynligheten for å trekke en bunt med pinner som kan danne en trekant?

Sett kryss ved svaret deres:

() 10%

() 25%

() 30%

() 50%

() 100%

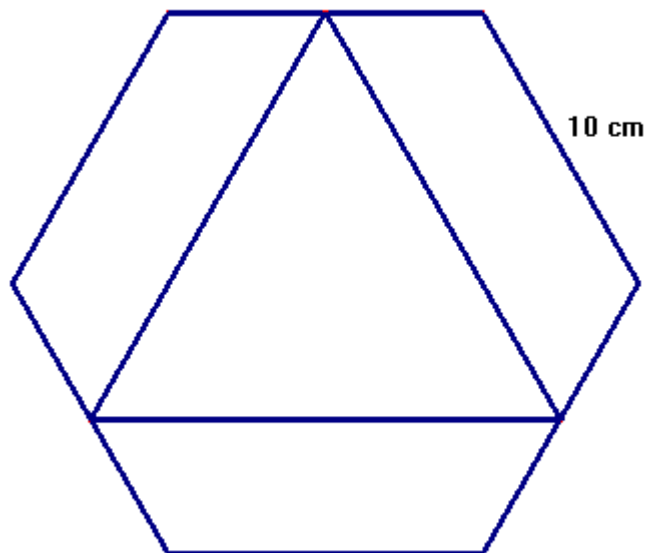
Oppgave 4

Hvor lang er siden?

Figuren viser en regulær sekskant der siden er 10 cm.

En regulær trekant har hjørner midt på tre av sekskantens sider, slik som på figuren.

Hvor lang er hver side i trekanten?



Sett kryss ved svaret deres:

☐ 12,5 cm ☐ 15 cm ☐ 16 cm ☐ 17,5 cm ☐ 20 cm

Oppgave 5

Kantinelunsj

Halvparten av elevene som spiste lunsj i kantina hadde med niste og kjøpte ingenting. $\frac{3}{4}$ av den andre halvparten av elevene kjøpte frukt. Halvparten av elevene som kjøpte frukt, kjøpte epler og fjerdeparten kjøpte pærer. De siste 15 elevene kjøpte bananer.

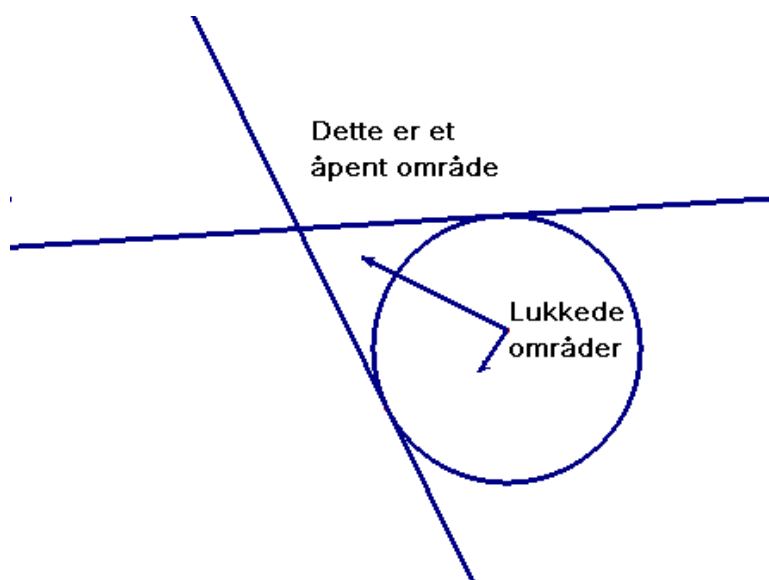
Hvor mange elever spiste lunsj i kantina?

Skriv svaret deres i boksen:

Oppgave 6

Tangenter

8 ulike tangenter er tegnet på en sirkel. Disse tangentene vil dele planet i noen lukkede områder og noen åpne områder.



Hvor mange åpne områder er det?

Sett kryss ved svaret deres:

☐ 2 ☐ 4 ☐ 8 ☐ 16 ☐ 24

Oppgave 7

Livvakter

De verdensberømte fotomodellene Vakre Violet og Fancy Fia hadde til sammen mer enn 10 men mindre enn 30 livvakter. En dag bestemte bodygarden Brage seg for å slutte hos Vakre Violet og begynne hos Fancy Fia. Da hadde de to damene like mange livvakter.

Etter en stund ville Brage tilbake til Vakre Violet. Da ville også Mandig forlate Fancy Fia og begynne hos Vakre Violet. Nå hadde begge damene et primtalls antall livvakter.

Hvor mange livvakter hadde damene nå?

Skriv svarene deres i boksene:

Vakre Violet har

livvakter

Fancy Fia har

livvakter

Oppgave 8

Hvor mye er klokka?

Ved et bestemt klokkeslett så jeg noen spesielle egenskaper med tallene på digitalklokka. Digitalklokka har 24 timers visning.

1. Tallet som viste timer og minutter hadde sum 60.
2. Et av sifrene som viser minutter var kvadratroten av det andre sifferet i minutt-tallet.
3. Summen av sifrene i minutt-tallet var timetallet med ombyttet sifferrekkefølge.

Hvor mye var klokka?

Skriv svarene deres i boksene:

Timer

:

Minutter

Løsningsforslag, andre runde 2004

Oppgave 1

Løsning:

Lene har 40 baller (og Hans har 24 baller). Da har begge 32 baller hvis Lene gir 8 av sine til Hans. Hvis Hans gir 8 av sine til Lene, har han 16 og hun 48 ($=3 \cdot 16$)

Hvis Lene har L baller og Hans har H , er

$$H+8=L-8 \text{ og}$$

$$L+8 = 3 (H-8)$$

Fra den øverste likningen, får vi: $H - 8 = L - 24$ som innsatt i den nederste likningen gir:

$$L + 8 = 3 (L - 24) = 3L - 72$$

Eller

$$2L = 80$$

$$L = 40$$

Oppgave 2

Løsning:

Rekkefølgen er:

1. Anne – 48 minutter
2. Cecilie – 50 minutter
3. Bente – 60 minutter

$BF = 2\text{ km}$ og $EF = 8\text{ km}$. Da er $CB = 8\text{ km}$ og $CE = 4\text{ km}$. $AB = 2 \cdot CE = 4\text{ km}$. $AD = \frac{3}{2} AB = 6\text{ km}$. $AC = CB = 8\text{ km}$. $CD = 10\text{ km}$.

Annes rute er $10\text{ km} + 6\text{ km} + 8\text{ km} = 24\text{ km}$.

Tiden hun bruker er $24\text{ km} : 30\text{ km/h} = \frac{4}{5} \cdot 60\text{ min} = \underline{48\text{ min}}$

Bentes rute er $8\text{ km} + 4\text{ km} + 8\text{ km} = 20\text{ km}$.

Tiden hun bruker er $20\text{ km} : 20\text{ km/h} = 1\text{ h} = 60\text{ min}$

Cecilies rute er $2\text{ km} + 8\text{ km} + 2\text{ km} + 8\text{ km} = 20\text{ km}$

Tiden hun bruker er $20\text{ km} : 24\text{ km/h} = \frac{5}{6} \cdot 60\text{ min} = 50\text{ min}$

Oppgave 3

Løsning:

Sannsynligheten er 25%.

Buntene består av disse kombinasjonene av pinner:

1cm – 1cm – 10cm

1cm – 2 cm – 9cm

1cm – 3cm – 8cm

1cm – 4cm – 7cm

1cm – 5cm – 6cm

2cm – 2cm – 8cm

2cm – 3cm – 7cm

2cm – 4cm – 6cm

2cm – 5cm – 5cm

3cm – 3cm – 6cm

3cm – 4cm – 5cm

4cm – 4cm – 4cm

3 av 12 bunter inneholder pinner som kan danne en trekant. Det vil si at sannsynligheten for å trekke en slik bunt er $3/12=1/4=25\%$ (summen av de to korteste pinnene må være større enn den lengste pinnen).

Oppgave 4

Løsning:

15 cm

Løsningen finnes lettest ved å nedfelle normaler fra hjørnene i sekskanten til siden i trekanten. Da får vi to små rettvinklede trekanter på hver side av rektangelet. Disse to trekantene kan "limes sammen" til en likesidet trekant med sider $(10 : 2) \text{ cm} = 5 \text{ cm}$. Dermed er siden i trekanten $10 \text{ cm} + 5 \text{ cm} = 15 \text{ cm}$.

Oppgave 5

Løsning:

Det var 160 elever.

De 15 som kjøpte bananer, utgjorde $\frac{1}{4}$ av $\frac{3}{4}$, det vil si $\frac{3}{16}$ av halvparten av elevene. Da var det totalt

$2 \cdot ((15 \cdot 16) : 3) = 160$ elever
som spiste lunsj i kantina.

Oppgave 6

Løsning:

Det blir 16 åpne områder.

Hvis vi tenker oss at vi trekker en og en tangent, vil vi få to nye åpne områder for hver nye tangent. Med n tangenter blir det $2n$ åpne områder.

Oppgave 7

Løsning:

Vakre Violet har 11 livvakter og Fancy Fia har 7.

Til å begynne med har Vakre Violet 2 livvakter mer enn Fancy Fia. For at de skal ha mindre enn 30 livvakter til sammen, må Fancy Fia ha mindre enn 14 livvakter.

Nå har Vakre Violet 4 livvakter mer enn Fancy Fia, siden Fia har 1 mindre og Violet 1 mer enn til å begynne med.

Vi må lete etter to primtall mindre enn 13 med differans 4. Aktuelle primtall er:

2, 3, 5, 7, 11 og 13

Det er bare 7 og 11 som er mulig.

3 og 7 har også differens 4, men summen er 10, så det passer ikke med forutsetningene.

13 og 17 har også differans 4, men summen er 30, så det passer ikke med forutsetningene.

Oppgave 8

Løsning:

Klokka var 21:39

Av 2 ser vi at minuttallet må være

00 11 42 24 eller 39

Da må timetallet være

60 49 36 18 eller 21

Men av disse er bare 18:24 og 21:39 virkelige klokkeslett. Siden $3+9=12$ som er det "omvendte" av 21, er 21:39 det riktige klokkeslettet.

SEMIFINALER

2000-2003

Semifinaleoppgaver 2000

Oppgave 1

Utstyr

- 4 lapper med opplysninger
- ca 30 små pinner
- 2 ekstra lapper med opplysninger (hvis laget ber om det)
- svarark

Oppgave

Dere skal fram til en geometrisk figur laget av små pinner.

Når dere har laget figuren skal den skisseres på svararket.

Dere får utdelt pinner og fire lapper, (1a, 1b, 1c, 1d), med opplysninger om figuren. Det er mulig å finne fram til figuren med disse fire lappene. Hvis dere trenger flere opplysninger, kan dere hente en ekstra lapp, men da mister dere 2 poeng. Hvis dere henter enda en lapp, mister dere enda ett poeng.

1a Figuren består av 11 pinner. Pinnene skal ikke brytes og ingen av dem overlapper hverandre. Lag figuren!	1b Ingen pinner er utenfor femkanten. Lag figuren!
1c Alle trekantene er likesidete, men femkanten er ikke likesidet. Alle pinnene er like lange. Lag figuren!	1d Det er fire trekanten i figuren. Lag figuren!
Ekstralapp1 Hver trekant deler pinner med to andre trekanten Lag figuren!	Ekstralapp2 En av trekantene er større enn de tre andre Lag figuren!

Oppgave 2

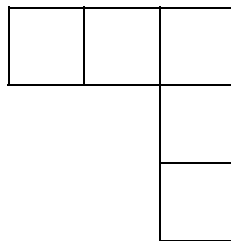
Utstyr

- Sakser
- 5 ruteark med store ruter
- rutet svarark

Oppgave

Dere skal lage så mange ulike pentominoer dere kan finne. Tegn dem eller klipp dem ut.

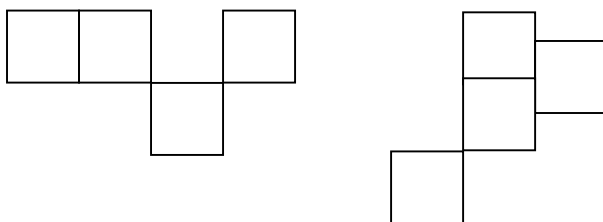
Et pentomino består av fem like kvadrater. Hvert kvadrat deler en hel side med ett eller flere kvadrater, slik:



To pentominoer er like hvis de kan dekke hverandre når de speiles, dreies eller forskyves.

Noen pentominoer kan brettes til en eske uten lokk. Marker disse med et kryss.

Eksempler på figurer som ikke er pentominoer:



Oppgave 3

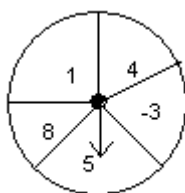
Utstyr

- eksempel på spinner
- ark med sirkler
- svarark med en sirkel inntegnet

Oppgave

Dere skal fram til en spinner.

Det er en sirkel som er delt opp i sirkelsektorer med hvert sitt tall inni, for eksempel slik:



Til sentrum av spinneren er det festet ei pil som kan snurre fritt rundt og stoppe i en tilfeldig sektor.

Dere får utdelt fire lapper, (1a, 1b, 1c, 1d), med opplysninger som fører fram til hvordan spinneren ser ut. Det er mulig å finne fram til løsningen med disse fire lappene. Hvis dere trenger flere opplysninger, kan dere hente en ekstra lapp, men da mister dere 2 poeng. Hvis dere henter enda en lapp, mister dere enda ett poeng. Når dere har løsningen, tegner dere spinneren på det utdelte svararket.

3a Det er tre forskjellige tall på spinneren. Alle tallene er hele tall, men et av dem er mindre enn 0. Tegn spinneren!	3b To av tallene på spinneren er like sannsynlig. Det tredje tallet treffes omtrent halvparten av gangene. Tegn spinneren!
3c Det største tallet du kan få på to spinn er 6. Tegn spinneren!	3d Du kan aldri få 0 på to spinn, men gjennomsnittstallet du får med denne spinneren er 0. Tegn spinneren!
Ekstralapp Du kan ikke få 0 på to spinn, men du kan få 0 med tre spinn Tegn spinneren!	Ekstralapp Hvis du legger sammen de tre tallene på spinneren, blir svaret 2. Tegn spinneren!

Oppgave 4

Utstyr

- svarark

Oppgave

Dere skal lage ni regnestykker. Det første skal gi svaret 1, det andre 2 osv, til det siste som skal gi 9 til svar.

Hvert regnestykke skal bestå av fire firetall og en eller flere av tegnene $+$, $-$, $\cdot$ eller $:$

Det er lov til å bruke parenteser og brøkstreker, og hvert av tegnene $+$, $-$, $\cdot$ eller $:$ kan brukes flere ganger. Det er ikke nødvendig å bruke alle tegnene i hvert regnestykke.

Det er ikke lov å sette sammen firetallene til 44, 444 eller 4444.

Oppgave 5

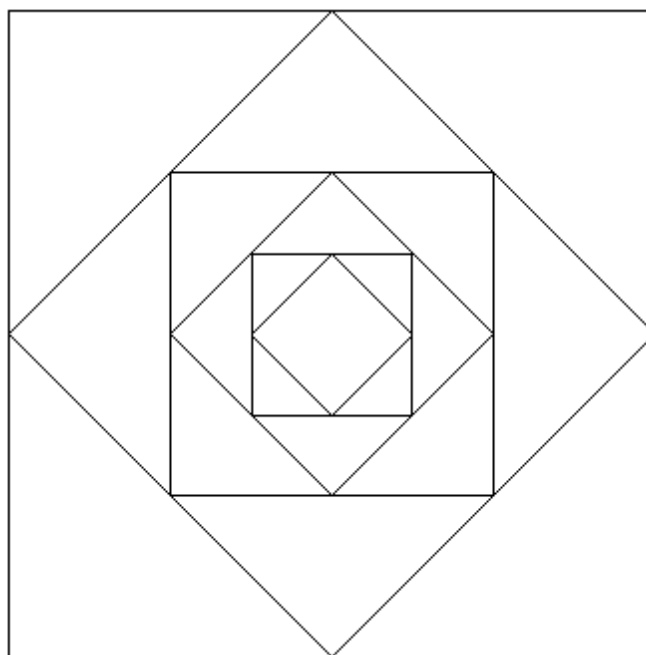
Utstyr

- kvadratene tegnet inni hverandre ferdig utklippet
- svarark

Oppgave

Det store kvadratet har areal 1. Hvor stort er arealet av det minste kvadratet? Oppgi svaret som en brøk. Tips: Brett langs sidene på det nest største kvadratet.

Tenk dere at vi tegner flere og flere kvadrater inni hverandre på samme måten. Finn et brøkuttrykk som gir arealet av det n -te kvadratet.



Oppgave 6

Utstyr

- svarark

Oppgave

Anniken kom til gullsmeden med fire ganger tre sammenlenkede ledd av gull. Hun ville ha han til å lage et armbånd av delene. “Det koster 50 kr å ta fra hverandre og lodde sammen et ledd,” sa gullsmeden. “Fint,” sa Anniken, “da blir det 200 kr.” “Nei, jeg skal ikke snyte deg, Jeg kan klare det ved å åpne og lodde sammen tre ledd, så da koster det 150 kr,” sa gullsmeden.
Hvordan klarte han det?



Oppgave 7

Utstyr

- lapp med tallet 1691
- 4 kopier av lapper med tallene fra 0 til 9

Oppgave

Dere får utdelt en lapp med tallet | 69 | og fire kopier av hvert av tallene 0 til 9.
| 69 | var et spesielt årstall. Hvis du snur lappen opp ned, er tallet det samme! Hvor lang tid tok det før vi fikk et slikt årstall igjen?
Hvor mange ganger vil dette skje i perioden fra | 69 | til | 0000 ?
På svararket skal alle årstallene skrives opp, i tillegg til hvor mange ganger det skjer.

1	2	3	4	5
6	7	8	9	0
1	2	3	4	5
6	7	8	9	0
1	2	3	4	5
6	7	8	9	0
1	2	3	4	5
6	7	8	9	0

Oppgave 8

Utstyr

- svarark med det magiske kvadratet inntegnet, oddetallene utfylt
- ark med HINT: Den magiske summen er 34 til de som ber om det

Oppgave

Et magisk kvadrat er et kvadrat som er delt opp i et rutenett med like mange ruter vannrett som loddrett. I hver rute skal det stå et tall, slik at summen er den samme om du legger sammen tallene vannrett, loddrett eller diagonalt. I et *ekte* magisk kvadrat skal tallene være 1, 2, 3, ... osv opp til tallet som svarer til antall ruter i kvadratet. Nedenfor ser dere eksempel på et ekte magisk kvadrat med ni ruter.

2	9	4
7	5	3
6	1	8

Summen av tallene vannrett, loddrett eller diagonalt kalles *den magiske summen*. I eksempelet er den magiske summen lik 15.

Når det magiske kvadratet nedenfor er ferdig utfylt, inneholder det alle heltallene fra 1 til 16. Vi har satt inn oddetallene på riktig plass. Sett inn partallene og finn den magiske summen.

		3	13
5	11		
9	7		
		15	1

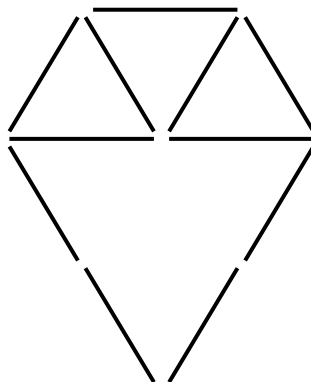
Dere kan få 3 poeng hvis dere løser oppgaven med et hint.

EVENTUELL EKSTRAOMGANG

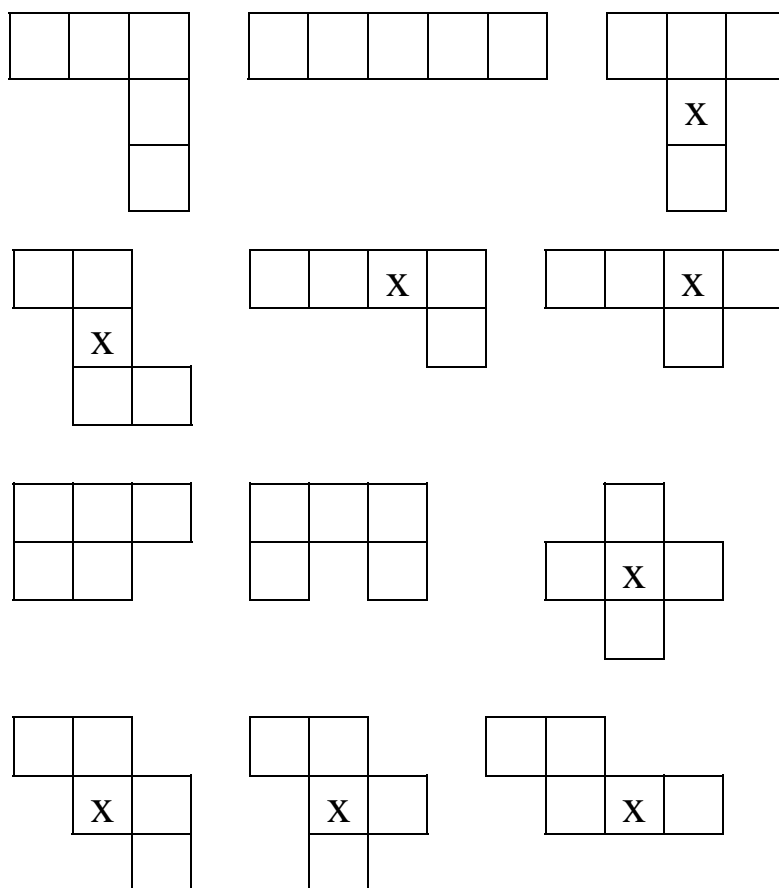
1. 10 cm på et kart er 5 m i virkeligheten. En utegrill er 1m lang. Hvor lang er den på kartet?
2. Hva koster mest og hva koster minst? Druer er dyrere enn appelsiner. Appelsiner er billigere enn epler. Epler er billigere enn druer. Ananas er dyrere enn druer.
3. Åtte pakker ser helt like ut. En av dem er tyngre enn de andre. Hvor mange ganger må du minst veie pakker for å finne ut hvilken som er tyngre?
4. Åtte jenter sitter rundt et bord. Fem har perlekjede, tre har ring og to har både perlekjede og ring. Hvor mange jenter har verken perlekjede eller ring?
5. Lise har 20% flere klinkekuler mer enn Josef. Josef har dobbelt så mange som Ivar. Lise har 48. Hvor mange har Ivar?
6. Hvor mange dager har den eldste på laget deres levd?

Løsninger til semifinal oppgavene 2000

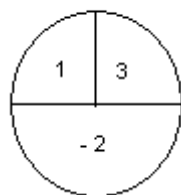
Oppgave 1



Oppgave 2



Oppgave 3



Oppgave 4

$$(4+4):(4+4)=1$$

$$\frac{4}{4} + \frac{4}{4} = 2$$

$$\frac{4 \cdot 4 - 4}{4} = 3$$

$$\frac{4 - 4}{4} + 4 = 4$$

$$\frac{4 \cdot 4 + 4}{4} = 5$$

$$\frac{4 + 4}{4} + 4 = 6$$

$$4 + 4 - \frac{4}{4} = 7$$

$$4 + 4 + 4 - 4 = 8$$

Oppgave 5

$$\frac{1}{32}, \quad \frac{1}{2^{n-1}}$$

Oppgave 6

Ta fra hverandre tre ledd på samme kjede og bruk hver av dem til å hekte sammen de tre andre.

Oppgave 7

|88|, |96|, 6009, 6||9, 6699, 6889, 6969, 8008, 8||8, 8698, 8888
8968, 9006, 9||6, 9696, 9886, 9966. 17 ganger

Oppgave 8

Dette er en løsning:

16	2	3	13
5	11	10	8
9	7	6	12
4	14	15	1

Ekstraoppgavene

1. 2cm
2. Ananas – Druer – Epler – Appelsiner. Appelsiner er billigst.
3. 2 veiinger
4. 2 av dem har ingen av delene
5. Ivar har 20 klinkekuler

Semifinaleoppgaver 2001

Oppgave 1

Utstyr

- svarark
- ark med HINT: Tallet 667 er fylt inn i midterste rute.

Oppgave

Et magisk kvadrat er et kvadrat som er delt opp i et rutenett med like mange ruter vannrett som loddrett. I hver rute skal det stå et tall, slik at summen er den samme om du legger sammen tallene vannrett, loddrett eller diagonalt. I et *ekte* magisk kvadrat skal tallene i rutene følge etter hverandre. Nedenfor ser dere eksempel på et ekte magisk kvadrat med ni ruter.

2	9	4
7	5	3
6	1	8

Summen av tallene vannrett, loddrett eller diagonalt kalles *den magiske summen*. I eksempelet er den magiske summen lik 15.

Hvis det minste tallet i et kvadrat med ni ruter for eksempel er 123, må det største være 131.

På rutenettet nedenfor skal dere lage et ekte magisk kvadrat med magisk sum lik 2001. De ni tallene som skal stå i rutene, skal være ni etterfølgende tall.

Oppgave 2

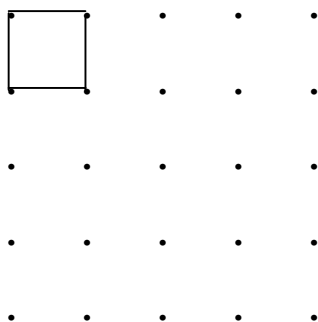
Utstyr

- prikkark (kvadrater)
- linjal
- svarark med prikker

Oppgave

Dere får utdelt et stort prikkark. Der skal dere tegne kvadrater i forskjellige størrelser. Størrelsen er angitt som et helt tall. Dette tallet angir arealet. Hjørnene skal ligge i en prikk. Arealet oppgis uten benevning, og vi setter arealet av det minste kvadratet som kan tegnes med alle hjørner i en prikk, lik 1 arealenhet. Et slikt kvadrat er tegnet nedenfor.

Tegn kvadrater på nøyaktig 2, 5, 8, 9, 10, 13, 16, 17 og 18 arealenheter.



Oppgave 3

Utstyr

- prikkark (likesidede trekanter)
- linjal
- svarark med prikker

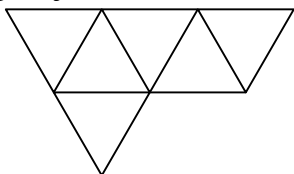
Oppgave

Dere skal sette sammen seks likesidede trekanter til sammenhengende puslebrikker. Det skal gjøres slik at hver trekant har en felles side med minst en annen trekant. To puslebrikker er like hvis de kan dekke hverandre fullstendig om de speiles, dreies eller forskyves.

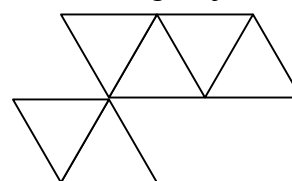
Nedenfor ser dere eksempel på en puslebrikke som er godkjent og en som ikke er godkjent.

Finn de 11 andre puslebrikkene. Bruk prikkarket dere har fått utlevert og tegn inn alle brikkene.

godkjent



ikke godkjent



Oppgave 4

Utstyr

- linjal
- svarark

Oppgave

I det gamle Egypt hadde de en annen måte å skrive brøk på enn den vi bruker i dag. De hadde nesten bare brøker med 1 i telleren. Nedenfor ser dere eksempler på hvordan de skrev slike brøker:

$$\overset{\bullet}{2} = \frac{1}{2} \quad \overset{\bullet}{3} = \frac{1}{3} \quad \overset{\bullet}{5} = \frac{1}{5} \quad \overset{\bullet}{8} = \frac{1}{8}$$

Den eneste brøken de skrev som ikke hadde 1 i telleren, var $\frac{2}{3}$. Det skrev de slik:

$$\overset{\bullet\bullet}{3} = \frac{2}{3}$$

Andre brøker måtte skrives som en sum av brøker med 1 i telleren. Fra en gammel, kjent papyrusrull har man funnet følgende oppgave:

Hvordan kan 10 menn dele 6 brød slik at alle får like mye?

Løsning:

Hver mann får $\frac{1}{2}$ og $\frac{1}{10}$ brød. Egypterne ville skrevet $\overset{\bullet}{2}$ og $\overset{\bullet}{10}$

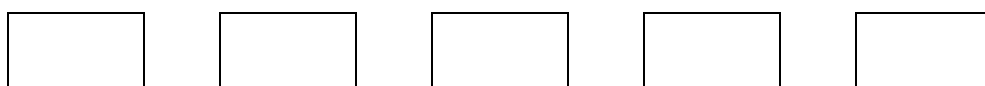


NB! Den største brøken skal skrives først, og ingen brøker kan skrives mer enn en gang.

Dere skal løse oppgaven nedenfor og skrive svaret slik som de gamle egypterne ville gjort.

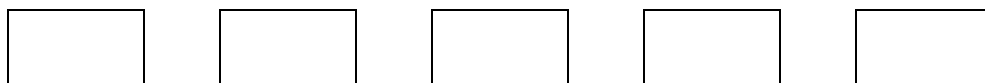
a) Hvordan vil dere dele 5 brød blant 9 menn?

Tegn delingslinjene på figuren og skriv svarene som egypterne ville gjort det



b) Hvordan vil dere dele 4 brød blant 10 menn?

Tegn delingslinjene på figuren og skriv svarene som egypterne ville gjort det



Oppgave 5

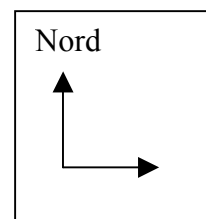
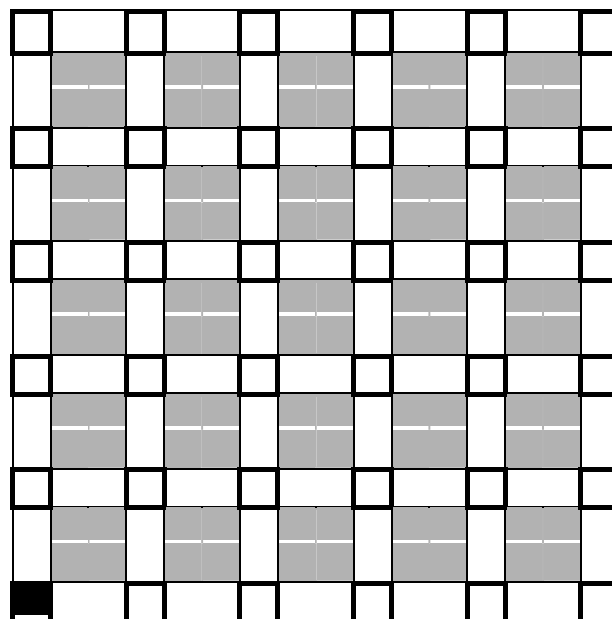
Utstyr

- svarark

Oppgave

Gatene i Kristiansand danner et rutemønster. Hvert gatekryss er markert med en tykk ramme. Tenk dere at dere starter i krysset farget **SORT**.

- a) I hvert gatekryss skal dere skrive et tall som angir hvor mange ulike veier dere kan gå fra start til dette krysset. Det er bare lov å gå mot **øst** eller **nord**.
- b) Beskriv tallmønsteret som kommer fram.



Oppgave 6

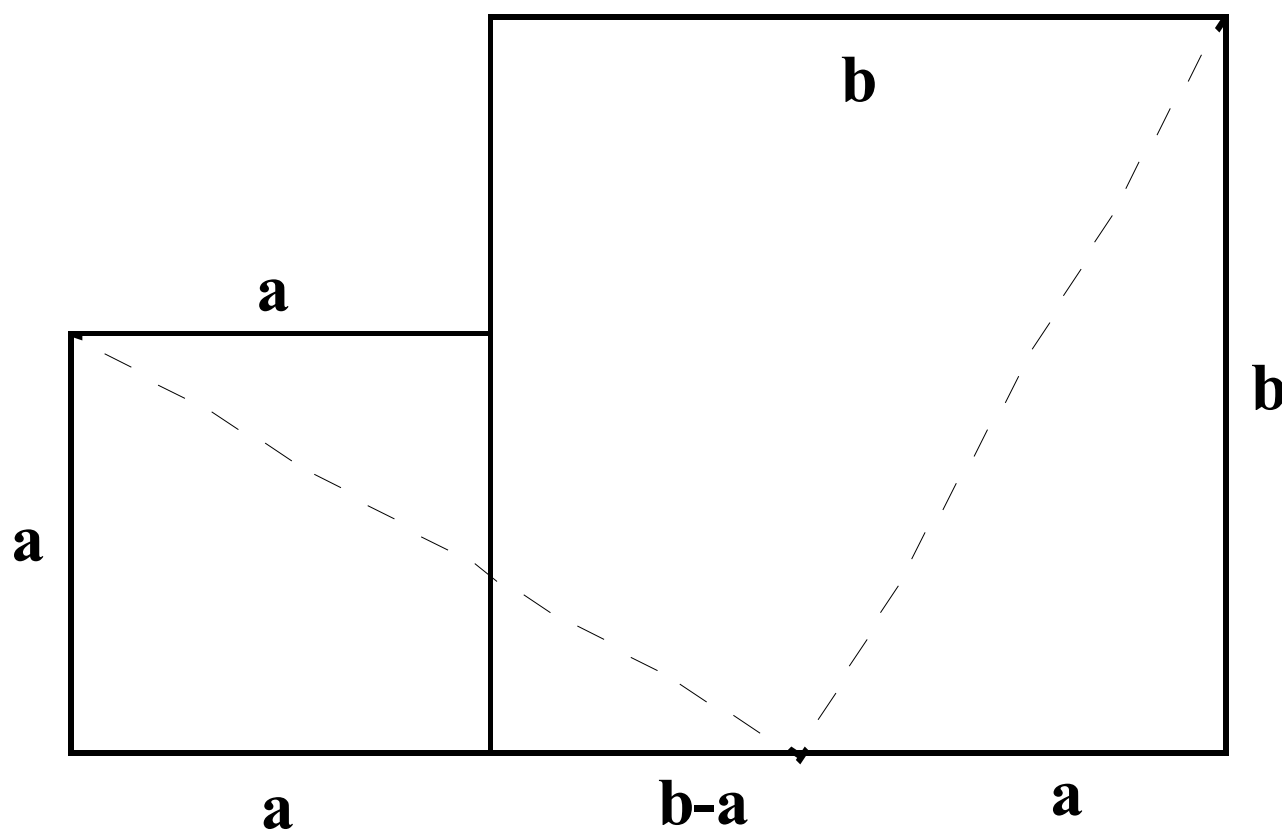
Utstyr

- konvolutt med fem puslebiter
- svarark

Oppgave

Dere har fått en konvolutt med fem puslebiter.

- Lag et lite kvadrat av to av bitene og et større kvadrat av de tre andre. Tegn løsningen på svararket.
- Lag et stort kvadrat av alle fem bitene. Tegn løsningen på svararket.
- Dette puslespillet kan brukes som bevis på en kjent setning fra geometrien. Hvilken?



Elevene får utdelt en konvolutt med disse fem bitene klippet ut (både langs heltrukne og stiplede linjer).

Oppgave 7

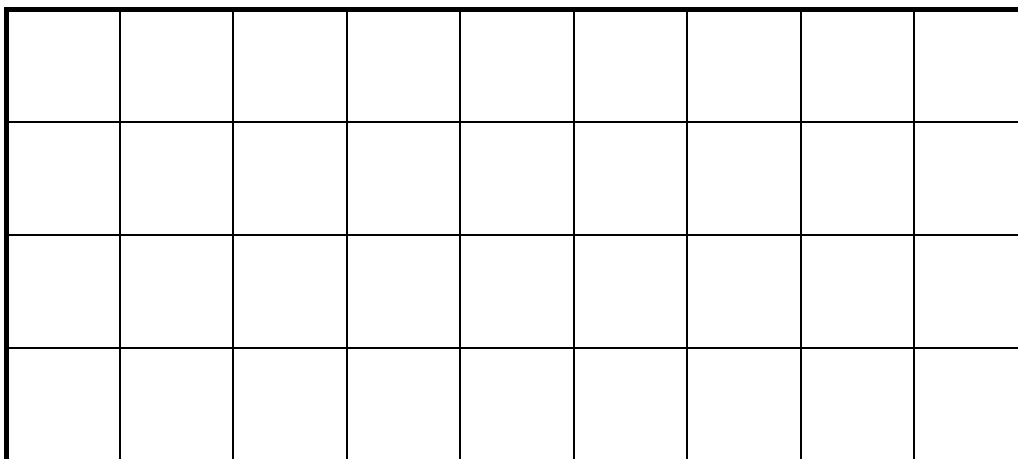
Utstyr

- saks
- limstift
- svarark

Oppgave

Nedenfor ser dere et rektangel med 9x4 ruter. Klipp rektangelet i **to helt like biter** slik at de kan settes sammen til et kvadrat.

Tegn eller lim løsningen på svararket.

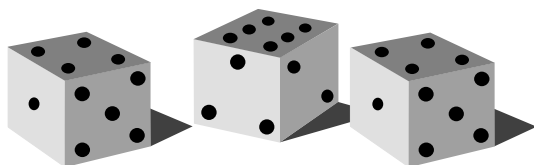


Oppgave 8

Utstyr

- svarark

Oppgave



I et terningspill benyttes tre terninger med tall fra 1 til 6. Målet er å lage et regnestykke av de tre tallene slik at svaret blir NÆRMEST MULIG 24. Alle tre tallene skal brukes.

Det er lov å bruke alle slags tegn i regnestykkene. Det er også lov å la tallene være grunntall og eksponent i en potens.

Terningkastene viser tallene som skal brukes. Det er IKKE lov å bruke terningkastene som siffer i flersifrede tall.

Finn fram til flest mulig terningkast som gir regnestykker med et svar som er NØYAKTIG 24.

Dere må både oppgi terningkastet og regnestykket.

Eksempler:

Terningkast 5, 4, 4 kan gi

$$5 \cdot 4 + 4 = 24$$

Terningkast 5, 2, 1 kan gi

$$5^2 - 1 = 24$$

IKKE LOV: å bruke terningkast 1, 2, 3 slik:

$$\underline{1 + 23 = 24}$$

Fasit til semifinaleoppgavene 2001.

Oppgave 1

NB! Det finnes andre løsninger, for eksempel speiling om diagonalene.

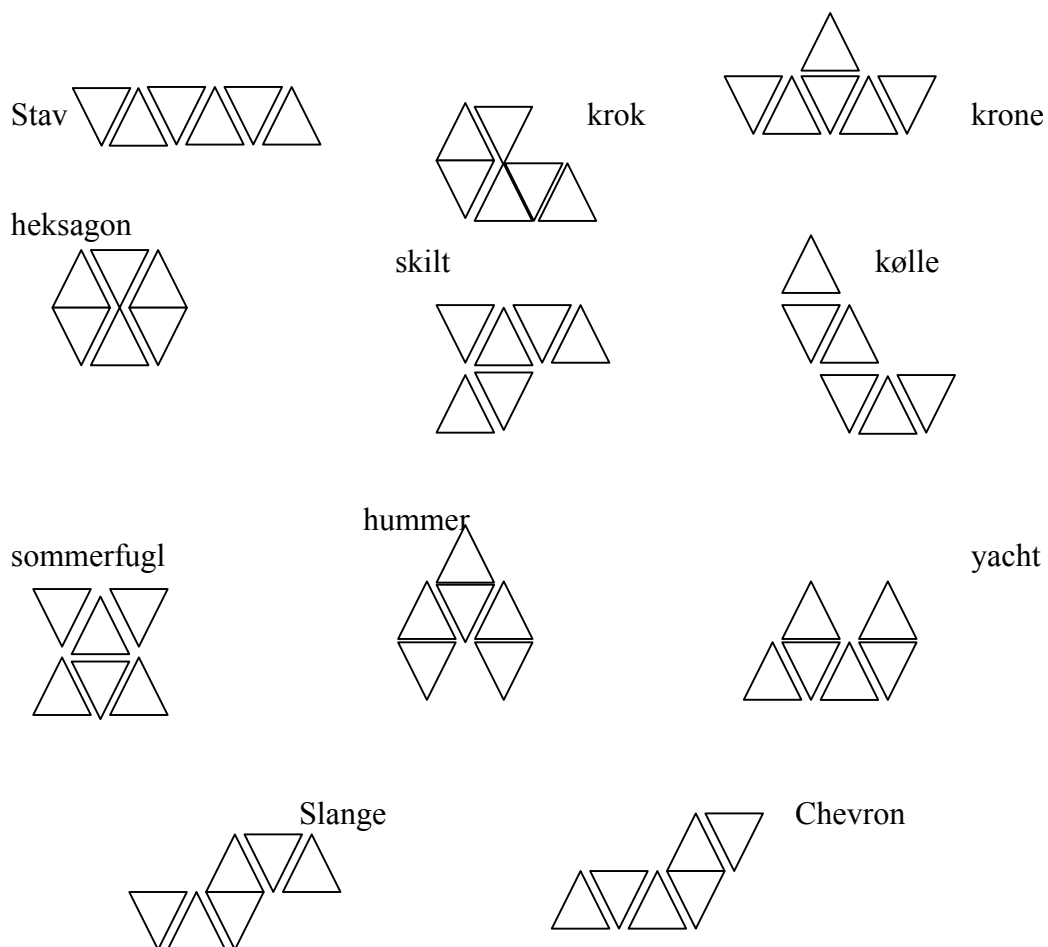
664	669	668
671	667	663
666	665	670

Oppgave 2

Areal	Lages med rettvinklede trekanter med kateter:
2	1,1
5	2,1
8	2,2
10	3,1
13	3,2
17	4,1
18	3,3

Areal 9 og 16 lages direkte med sider 3 og 4.

Oppgave 3



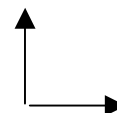
Oppgave 4

- a) Hvis 5 brød skal deles på 9 menn, får de $\frac{1}{2} + \frac{1}{18}$ hver. Først deles ut et halvt til hver. Da er det et halvt brød igjen som skal fordeles på 9 mann. Det blir en attendel ekstra på hver.
- b) Hvis 4 brød skal deles på 10 menn, får de $\frac{1}{3} + \frac{1}{15}$ hver. Først deles ut en tredel til hver. Da er det to tredels brød igjen som skal fordeles på 10 mann. Det blir en femtendel ekstra på hver.

Oppgave 5

a)

1		6		21		56		126		252
1		5		15		35		70		126
1		4		10		20		35		56
1		3		6		10		15		21
1		2		3		4		5		6
		1		1		1		1		1



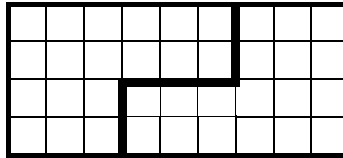
b) Tallene i gatekryssene er samsvarende med tallene i Pascals talltrekant.

Oppgave 6

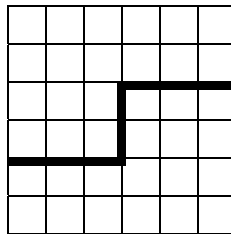
Puslespillet kan brukes til å føre et bevis for Pytagoras setning. Diagonalene i trekantene med kateter a og b, blir sider i det store kvadratet.

Oppgave 7

Del opp rektangelet slik:



Sett sammen bitene slik:



Oppgave 8

Her kan det være mange løsninger. Alle tegn er lov, også kvadratroter og fakultet. Jeg har sett noen komme med løsninger av typen:

Terningkast 5, 6, 6 gir $\frac{6!}{5 \cdot 6} = 24$.

Her må man være åpen for alt og kontrollregne hvert forslag.

Semifinaleoppgaver 2002

Oppgave 1

Utstyr

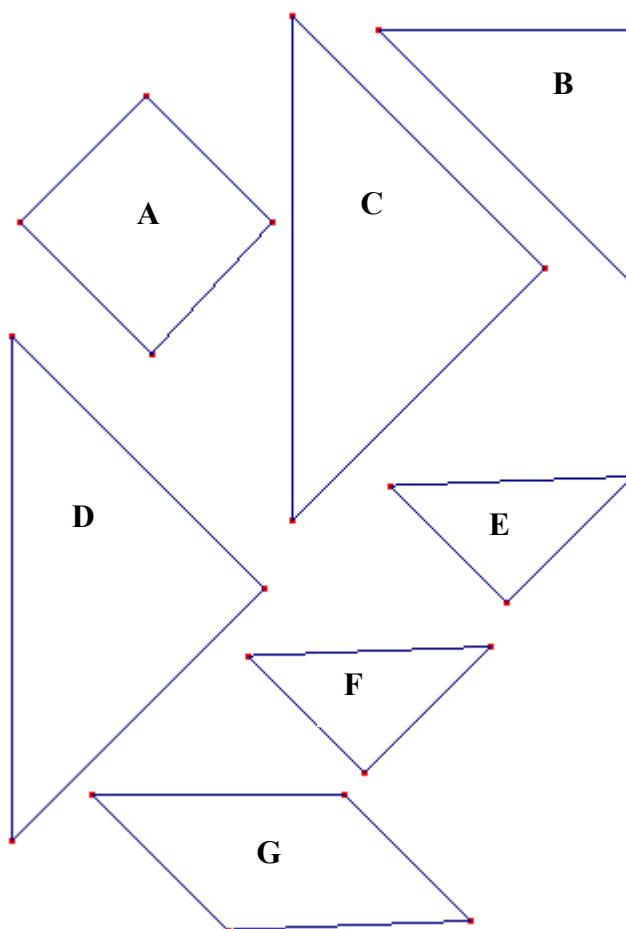
- To tangramsett i ulike farger

Oppgave

Dere får utdelt de 7 puslebitene som utgjør et Tangram.

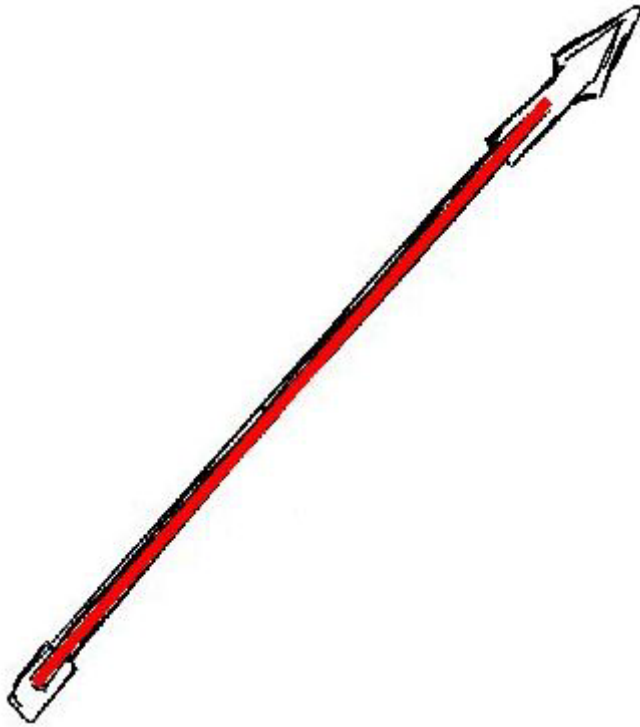
Pusle trekanter på så mange ulike måter som mulig. Trekantene kan være like eller ulike store, og det skal være minst to brikker i hver trekant.

Tegn løsningene på det utdelte svararket, gjerne ved å tegne omrisset rundt hver brikke. Sett navn på hver brikke slik som på figuren under.



Oppgave 2

Oppgave



En forsker skal sende hjem et 3,2 meter langt spyd med flyfrakt.

Han får vite at største tillatte lengde på en pakke er 2 meter. Det samme gjelder for bredde og tykkelse.

Får han sendt hjem spydet?
Hvordan kan det i så fall pakkes inn?
Vis ved figur og beregning.

Oppgave 3

Utstyr

- En papirkube
- Lapper med tallene 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 festet til knappenåler

Oppgave

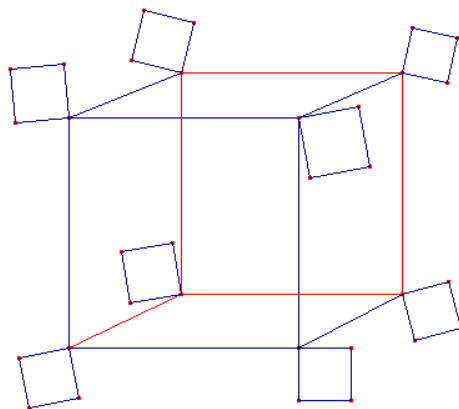
Dere får utdelt en kube og 8 lapper med heltallene fra 1 til 8.

Plasser ett tall i hvert hjørne slik at summen er den samme når dere summerer de fire tallene som hører til hver av de seks kvadratiske flatene.

Beskriv tallmønsteret dere ser når tallene er riktig plassert.

Det finnes tre forskjellige løsninger. To løsninger regnes som like hvis de kan speiler eller dreies (roteres) over i hverandre.

Kan dere finne mer enn en løsning?



Oppgave 4

Utstyr

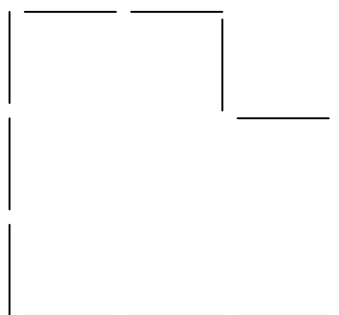
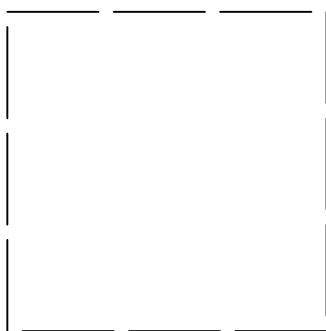
- Pose med 12 pinner

Oppgave

Dere får utdelt 12 fyrstikker.

Man kan lage mangekanter med 12 fyrstikker slik at arealet er et helt tall på mange ulike måter.

En arealenhet er lik arealet av et kvadrat med side lik en fyrstikklengde. Her er to eksempler, det ene med areal 9 og det andre med areal 8:



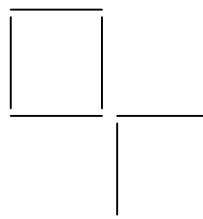
Bruk de 12 fyrstikkene til å lage mangekanter med areal nøyaktig lik

- a) 6 arealenheter.
- b) 5 arealenheter.
- c) 4 arealenheter.

Tegn løsningene på svararket. Dere får ekstra poeng for inntil to **ulike** løsninger på hver deloppgave.

Løsninger regnes som ulike hvis de ikke kan speiles, parallellforskyves eller dreies (roteres) over i hverandre.

NB! Hver løsning skal bestå av **kun en** sammenhengende mangekant.
Løsningen til høyre er ulovlig!



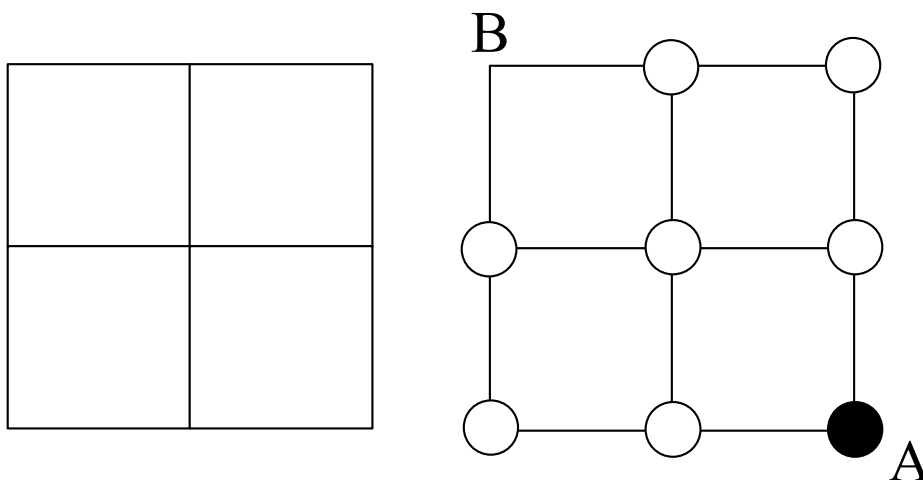
Oppgave 5

Utstyr

- Pose med 14 hvite og en svart spillebrikke

Oppgave

Dere får utdelt to spillebrett, et spillebrett som vist på figuren under til venstre, og et som er større. I tillegg får dere en svart og 14 hvite spillebrikker.



Legg 7 hvite brikker og 1 svart brikke på det minste brettet som vist på figuren til høyre. Oppgaven går nå ut på å flytte den svarte brikken fra posisjon A til posisjon B. Etter følgende regler:

- Det er bare lov å flytte en brikke av gangen
 - Det er ikke lov å fjerne brikker fra brettet
 - Det er bare lov til å flytte brikkene langs de vertikale og de horisontale linjene
 - En brikke kan bare flyttes til en posisjon som er ledig, dvs at noen av de hvite må flyttes bort for at den svarte skal komme fram
- a) Hva er det minste antall flytt som er nødvendig for å flytte den svarte brikken fra posisjon A til posisjon B?
- b) Vi legger 14 hvite og en svart brikke på det største spillebrettet, med den svarte i et hjørne og en tom plass i motstående hjørne, akkurat som på det lille spillebrettet i oppgave a. Med de samme reglene som i oppgave a), skal dere finne det minste antall flytt for å få den svarte brikken fra et hjørnet til det motstående hjørnet.

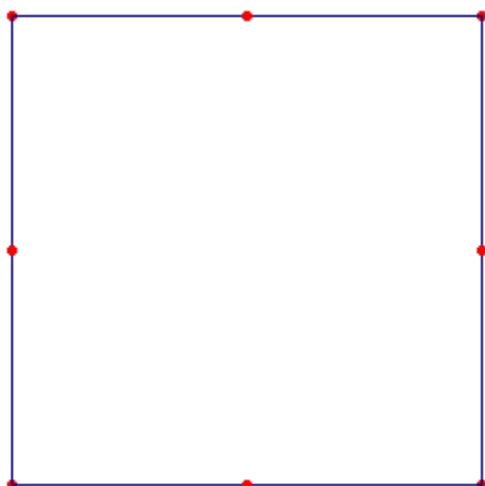
Oppgave 6

Utstyr

- Geobrett
- Strikk

Oppgave

Dere skal dele opp et kvadrat med tre rette linjestykker som tegnes mellom de markerte punktene.



Velg linjestykker slik at det blir så mange biter som mulig av **ulik størrelse**.

Finn ut **hvor stor brøkdel** hver bit er av hele kvadratet.

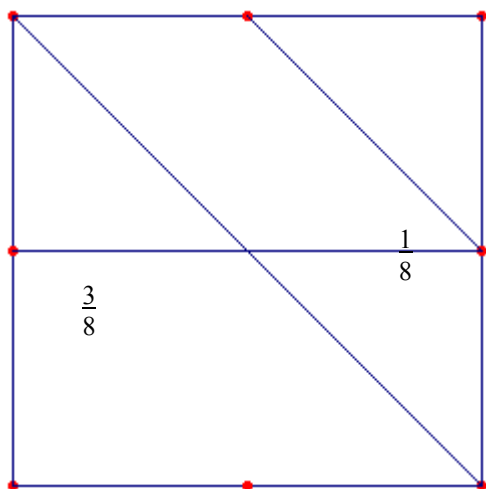
Dere får poeng for hver del og hver brøk dere finner av ulike størrelser.

For å hjelpe dere i arbeidet, kan dere bruke det utdelte geobrettet og strikk, eller dere kan tegne opp på kladdearket.

Dere skal velge en løsning.

Løsningen dere velger skal tegnes inn på svararket med brøkene skrevet inn i riktig felt.

Eksempel



I denne løsningen er det fem biter.

Tre av dem er like store.

Her gis det poeng for tre biter av forskjellig størrelse.

Brøk-del er oppgitt på to av bitene med forskjellig størrelse.

Det gis poeng for to brøker, av tre mulige med denne løsningen.

Oppgave 7

Utstyr

- En 31 tommer lang papirstrimmel
- Saks

Oppgave

En sølvsmed hadde ikke råd til å betale husleien for mars måned. Han eide en sølvstav som var 31 tommer lang, så han gjorde følgende avtale med husverten:

Han ville dele staven inn i mindre biter, slik at husverten fikk en tomme av staven for hver dag som gikk, som et slags depositum. På slutten av måneden regnet sølvsmeden med å ha penger til leien, så da skulle husverten levere tilbake bitene.

Siden det var mye arbeid å dele opp staven, ville han kutte den i så få biter som mulig. Han kunne for eksempel gi en bit på 1 tomme de to første dagene. Så kunne han gi en bit på 3 tommer den tredje dagen og ta tilbake de to første.

Hvis han byttet fram og tilbake på denne måten, hva er det minste antall biter han måtte kutte staven i, og hvor lange er hver av bitene?

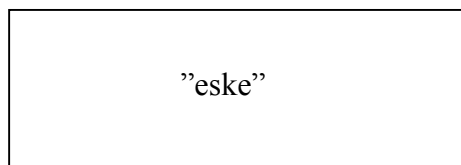
Dere får utdelt en papirstrimmel som er 31 tommer lang. Det er en modell av sølvstaven til sølvsmeden.

Svar ved å dele opp ”staven” dere får utdelt i de riktige bitene. Skriv på lengden av hver stav. Forklar hva han gir og tar de første 8 dagene.

Oppgave 8

Utstyr

- En pose med små rektangler på 3x7 cm
- Et rektangel på 26x13 cm
- Limstift

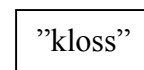


Oppgave

Dere får utdelt en pose med ”klosser” (rektangler i papp) og en ”eske” (rektangulær papplate).

Plasser så mange klosser som mulig med mål 3x7 cm i en eske som er 26x13 cm.

Svaret avleveres ved at klossene er limt inn i esken.



Fasit til semifinaleoppgavene 2002

Oppgave 1

2 biter	3 biter	4 biter	5 biter	6 biter
E, F C, D	B, E, F E, A, F G, E, F	E, F, B, C E, A, F, C G, E, F, C	B, F, A, E, G	C, D, E, A, F, G, B

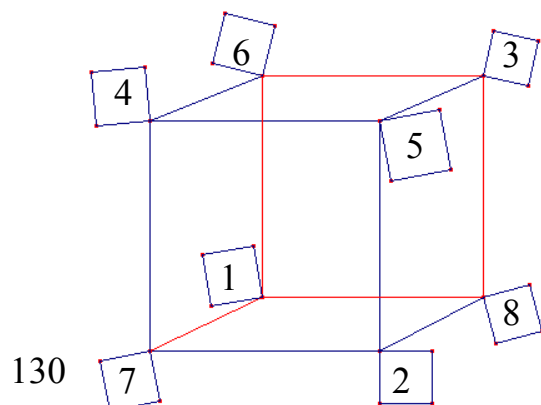
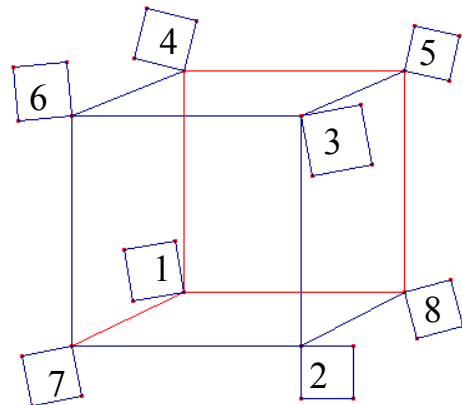
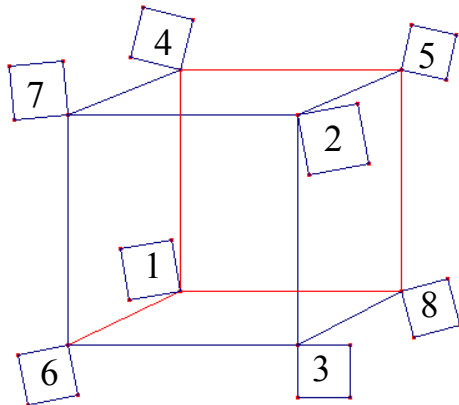
Oppgave 2

Spydet får plass i en eske med mål 2x2x2 m. Spydet legges langs en diagonal. Diagonalens lengde er kvadratrota av

$$2^2 + 2^2 + 2^2 = 12$$

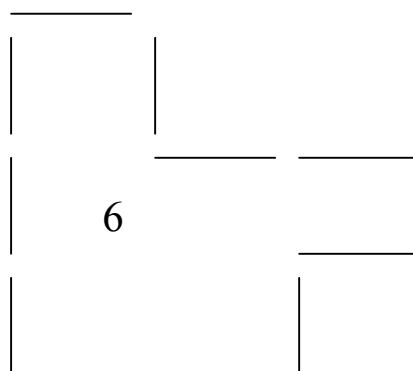
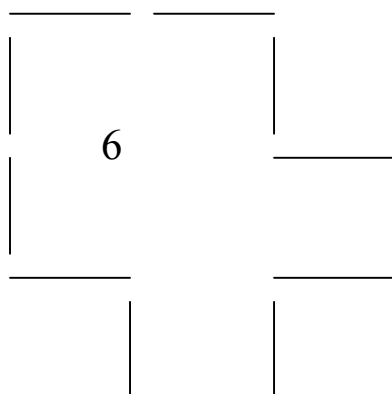
som er større enn 3,2 meter.

Oppgave 3

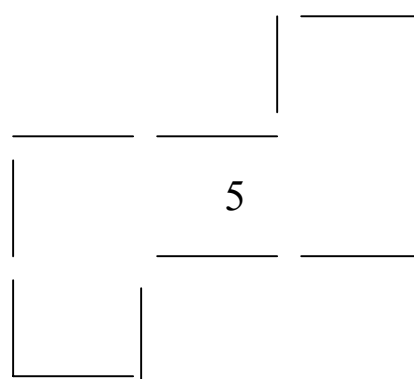
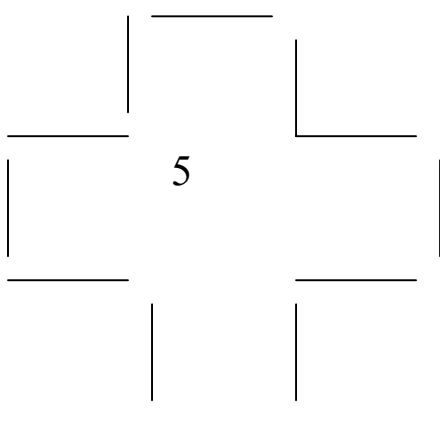


Oppgave 4

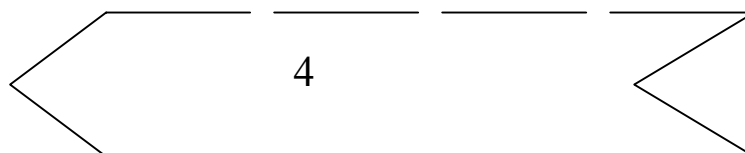
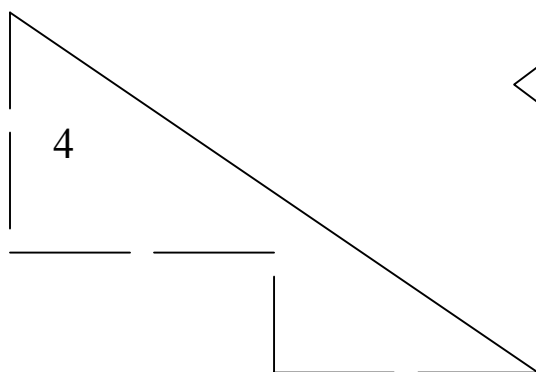
a)



b)



c)



Oppgave 5

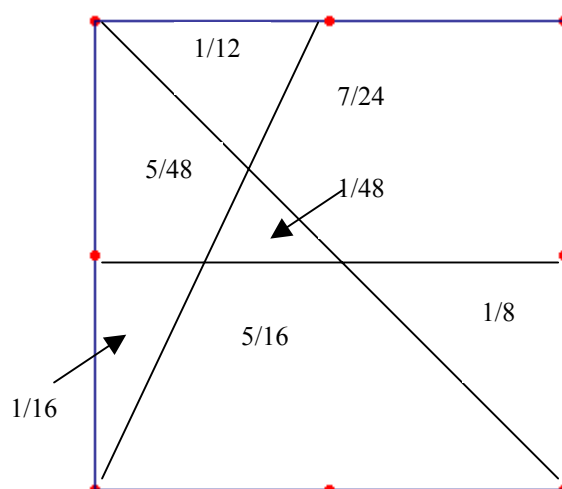
13 flytt for det minste spillet.

21 flytt for det største spillet.

Hvis vi ser på større og mindre spill, vil minste antall flytt følge en aritmetisk rekke med differens 8:

5, 13, 21, 29, 36, ...

Oppgave 6



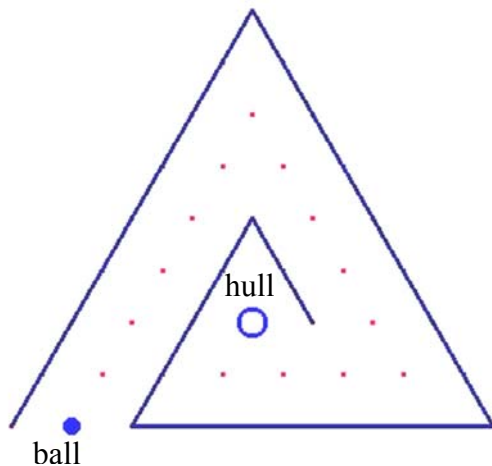
Oppgave 7

Staven kan deles i 5 biter med lengde 1, 2, 4, 8 og 16 tommer. Hver dag beholder husverten biter etter følgende tabell:

Stavlengde/dag i måneden	16	8	4	2	1
1					1
2				1	0
3				1	1
4			1	0	0
5			1	0	1
6			1	1	0
7			1	1	1
8		1	0	0	0
9		1	0	0	1
10		1	0	1	0
11		1	0	1	1
12		1	1	0	0
13		1	1	0	1
14		1	1	1	0
15		1	1	1	1
16	1	0	0	0	0
17	1	0	0	0	1
18	1	0	0	1	0
19	1	0	0	1	1
20	1	0	1	0	0
21	1	0	1	0	1
22	1	0	1	1	0
23	1	0	1	1	1
24	1	1	0	0	0
25	1	1	0	0	1
26	1	1	0	1	0
27	1	1	0	1	1
28	1	1	1	0	0
29	1	1	1	0	1
30	1	1	1	1	0
31	1	1	1	1	1

Semifinaleoppgaver 2003

Oppgave 1



På en minigolfbane er hull nr. 7 en likesidet trekant. Nina smiler lurt, for her mener hun det er mulig å slå ballen i hullet med ett eneste slag.

(Dette er en perfekt minigolfbane. Underlaget er helt jevnt, og kantene snorrette med vinkler på nøyaktig 60 grader. Ballen følger ei rett linje til den treffer en vegg og blir reflektert med sammevinkel ut som inn. Den bare ruller og ruller og stopper ikke før den er klemt inn i et hjørne - eller treffer hullet.)

På svararket skal dere tegne hvilke muligheter ballen har for å nå hullet på et slag, dersom det er mulig i det hele tatt. Vi vil ha svar på hvor mange ganger ballen treffer veggene i banen.

NB! Prikkene er bare for å hjelpe dere til å tegne ballens vei med riktige vinkler inn til og ut fra veggene i banen.

Oppgave 2

Utstyr

- Amerikanske mynter

Oppgave

Annie er på ferie i USA. Hun har 15 mynter i lomma. Det er til sammen nøyaktig 1 amerikansk dollar. Hvilke kombinasjoner av mynter kan hun tenkes å ha?

Dersom dere finner flere løsninger, får dere poeng for hver riktige løsning.

Dere får utdelt tilstrekkelig antall ”mynter” i konvolutten. Der ser dere at det finnes følgende amerikanske mynter:

Halfdollar: 50 cent

Quarter: 25 cent

Dime: 10 cent

Nickel: 5 cent

Penny: 1 cent

Oppgave 3

Utstyr

- Tallbrikker med heltallene fra 1 til 12

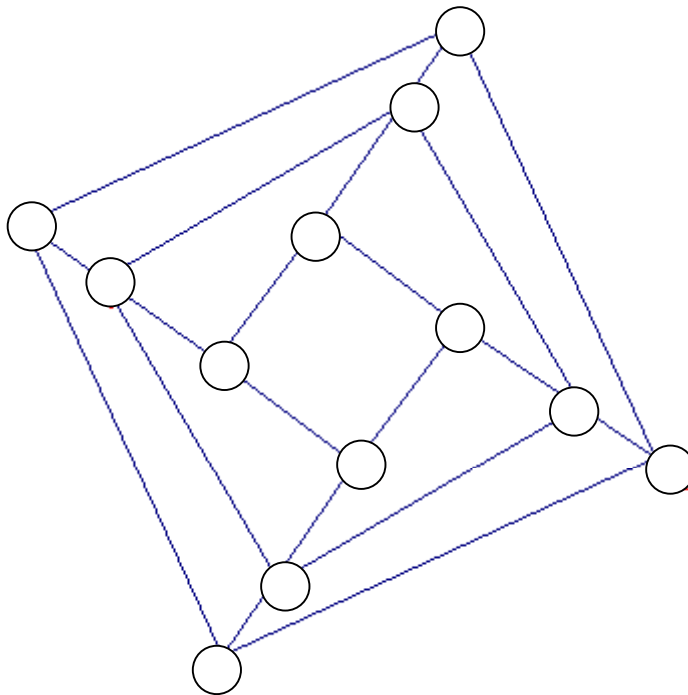
Oppgave

Dere får utdelt brikker med tall.

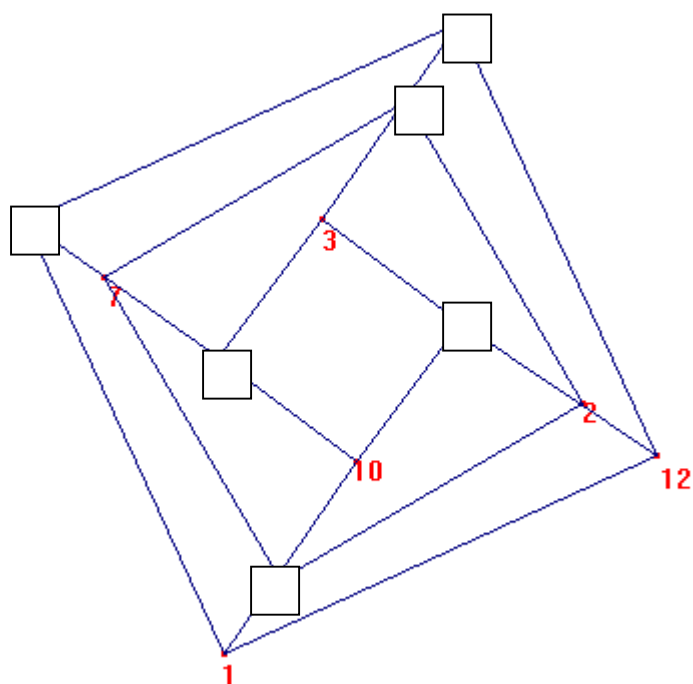
Plasser tallene 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 i hjørnepunktene på figuren slik at summen er lik langs hver av de fire forbindelseslinjene mellom hjørnene (inklusive to hjørner i det innerste kvadratet) i de tre kvadratene, og den samme summen finnes igjen rundt hvert kvadrat.

Dere kan hente hint, men da kan dere få maks 3 poeng på denne oppgaven.

NB! Dere får full score for en løsning, og behøver ikke å lete etter fler!



HINT: Legg opp brikkene slik til å begynne med:



Oppgave 4

Utstyr

- Lekepenger (gjerne trykt på kopimaskin): En 100-kroneseddel, en 50-kroneseddel, en 10-krone, to 5-kroner, en 1-krone, to 50-ører.

Oppgave

Astrid ville kjøpe et belte til 54,50 kr fra en gateselger.

Det er en del problemer med betalingen, siden Astrid hadde en hundrekroneseddel, en 10-krone og en 50-øre.

Gateselgeren hadde en 50-kroneseddel og en 1-krone.

Gateselgeren ropte på en kollega og spurte om han kunne veksle. Men kollegaen hadde bare to 5-kroner og to 50-ører.

Med felles anstrengelser fikk Astrid betalt for beltet sitt.

Forklar hvordan de kunne klare det?

Oppgave 5

Utstyr

- 7 brikker med x på den ene siden og ingenting på den andre siden.

Oppgave

--	--	--	--	--	--	--

Legg 7 brikker i de 7 rutene. Alle kryssene skal vises.

- Et trekk består i å snu tre brikker på en gang. Hva er det minste antall trekk som trengs for å få alle de blanke sidene opp? Tegn alle trekkene på svararket.
- Reglene er nå at et trekk består i å snu fire brikker på en gang. Hva er nå det minste antall trekk som trengs for å få alle de blanke sidene opp? Tegn trekkene på svararket hvis det er mulig. Hvis ikke må dere forklare hvorfor det ikke er mulig.
- Reglene er nå at et trekk består i å snu n brikker på en gang. n varierer fra 1 til 7. Hva er nå det minste antall trekk som trengs for å få alle de blanke sidene opp? Lag en tabell som viser løsningene.

Kan dere beskrive en sammenheng mellom reglene og svaret?

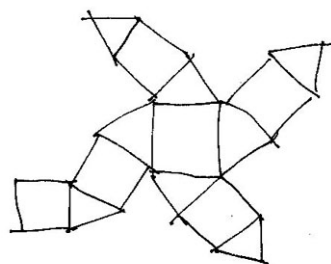
Oppgave 6

Utstyr

- 5 kvadrater og 4 likesidete trekanter. Sidene i trekantene skal være like lange som sidene i kvadratene. Bruk for eksempel brikker fra polydronsett.

Oppgave

På bildet ser dere et polygon laget av 6 kvadrater og 8 trekanter. Ved siden av er det tegnet hvordan figuren ser ut når den er brettet sammen.



Dere har fått utlevert 5 kvadrater og 4 likesidede trekanter som kan settes sammen langs sidene. (Polygonbrikker av plast.)

Ved hjelp av disse brikkene skal dere lage så mange ulike polygoner (romfigurer) som mulig.

Dere behøver ikke bruke alle brikkene hver gang!

Når dere har laget en figur, bretter dere den ut slik at brikkene ligger flatt på bordet mens de enda henger sammen. Tegn ei skisse av figuren før dere tar brikkene fra hverandre og begynner på en ny.

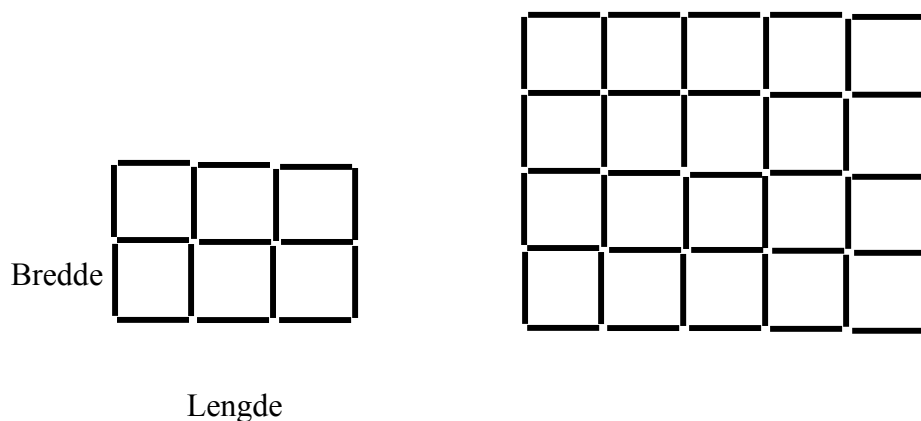
Oppgave 7

Utstyr

- ca 100 små pinner eller fyrstikker

Oppgave

Fyrstikkfigurer.



Disse figurene er rektangler satt sammen av kvadrater.

Tegningene viser rektangler der sidene er 2×3 og 4×5 .

Merk at lengden på rektanglet har ei fyrstikk mer enn bredden.

- a) Hvor mange fyrstikker trengs for å lage rektangler, med samme egenskaper som i eksemplene over, og med bredde 1, 2, 3, 4, og 5?

Skriv svarene inn i tabellen på svararket.

- b) Kan dere finne en regel for hvor mange fyrstikker som trengs til et hvilket som helst rektangel der lengden på rektanglet har ei fyrstikk mer enn er bredden?

Skriv regelen på svararket med ord eller formel.

Bruk regelen og finn ut hvor mange fyrstikker som trengs til et rektangel med bredde 20.

Oppgave 8

Tilfeldige sammentreff?

15	<u>24</u>	3	21
20	32	<u>4</u>	28
<u>40</u>	64	8	56
10	16	2	<u>14</u>

Vi har valgt et tall fra hver vannrette rad og bare et tall fra hver loddrette kolonne. Det er tallene som er understreket i tabellen.

a) Finn produktet av alle tallene vi har valgt.

Nå skal dere velge fire andre tall på samme måte. Regn ut produktet av de tallene dere valgte.

b) Skriv tallene dere valgte og regn ut produktet av alle de valgte tallene deres.

Kommenter det dere observerer.

Hvor mange måter kan det velges slik? Forklar!

Forklar sammenhengen mellom valg av tall og produktene dere regner ut UTEN Å REGNE UT ALLE MULIGHETENE!

Lag en tabell med andre tall som gir samme overraskende resultat.

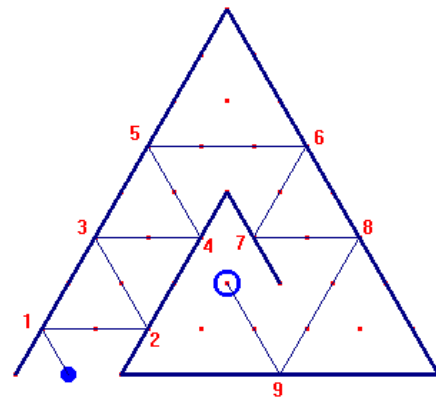
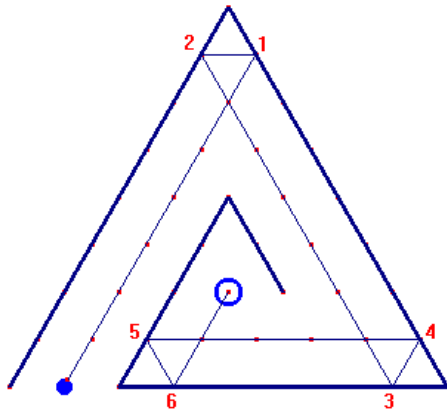
DERE KAN HENTE HINT, MEN DA ER MAKS POENGSUM BARE 3.

HINT: Dette er begynnelsen på en tabell. Fullfør denne:

2	1		
4	2	6	
10	5		
	7	21	77

Fasit til semifinaleoppgavene 2003

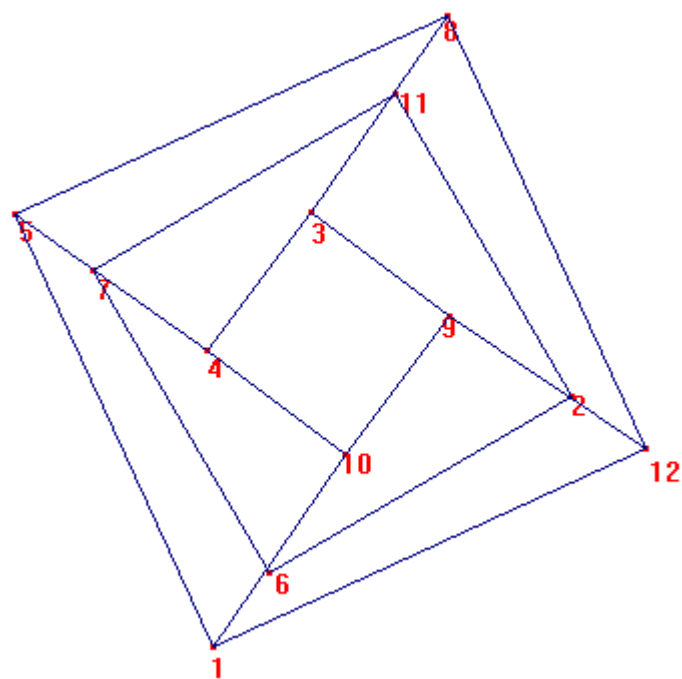
Oppgave 1



Oppgave 2

antall Halvdollar = 50c	antall Quarter =25c	antall Dime =10c	antall Nickel =5c	antall Penny =1c
0	1	1	13	0
0	2	1	7	5
0	0	9	1	5
0	3	1	1	10
0	1	5	4	5
0	1	0	3	10
0	1	5	4	5
0	0	5	10	0
1	0	4	0	10
1	0	0	9	5
1	1	0	3	10

Oppgave 3



Oppgave 4

- Astrid veksler sin 10-krone med kollegaen og får to 5-kroner tilbake.
- Gateselgeren veksler sin 1-krone med kollegaen og får to 50-ører tilbake
- Astrid gir gateselgeren 105 kr og får 50,50 kr tilbake.

Oppgave 5

a)

Det minste antall trekk er 3:

Utgangsposisjon: XXXXXXXX

1. trekk: OOOXXXX

2. trekk: OOXOOXX

3. trekk: OOOOOOO

c)

Antall brikker per trekk	Minimum antall trekk
1	7
2	umulig
3	3
4	umulig
5	3
6	umulig
7	1

1 brikke: OK

5 brikker:

x x x x x x x

o o o o o x x

o x x x x o x

o o o o o o o

7 brikker: OK

Elevene kan for eksempel svare:

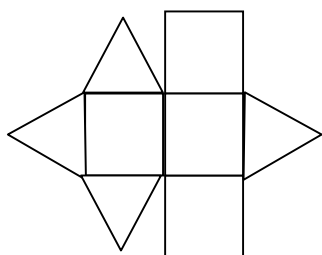
Alle partall er umulig

Bare 1 og primtall er mulig

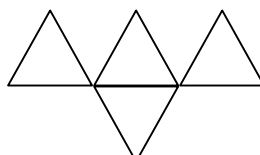
Eller liknende. Gir 1 poeng

Oppgave 6

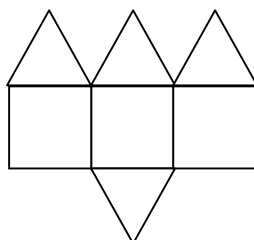
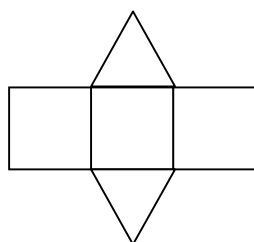
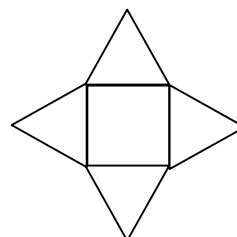
Jeg har funnet følgende muligheter:



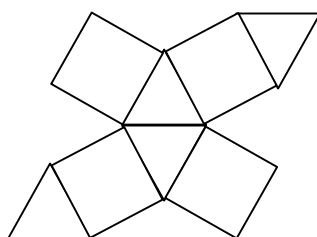
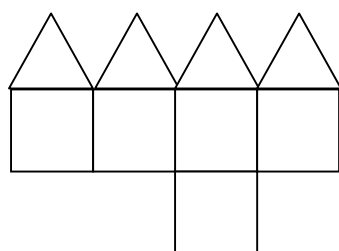
Firkantet pyramide
med trekantet prisme
på den ene siden.



Tre- og firkantet pyramide



Trekantet prisme
Trekantet prisme og trekantet
pyramide satt sammen



Terning og firkantet
pyramide satt sammen.
Prisme med rombe som
grunnflate.

Oppgave 7

Til et $(n-1) \cdot n$ rektangel trengs det $(n-1)(n+1) + n \cdot n = 2n^2 - 1$ fyrstikker.

Sett svarene inn i tabellen:

Bredde	Lengde	Antall Fyrstikker
1	2	7
2	3	17
3	4	31
4	5	49
5	6	71

$n=21$ gir 881 fyrstikker

Oppgave 8

Produktet blir $53760 = 3 \cdot 4 \cdot 8 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot 1 \cdot 7$

Produktet blir det samme uansett. Det er $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$ muligheter for å velge fire tall på denne måten.

Forklaring: Tallene i tabellen utgjør en multiplikasjonstabell:

	5	8	1	7
3				
4				
8				
2				

Alle slike tabeller vil fungere, og produktet blir abcdefgh

	a	b	c	d
e	ae	be	ce	de
f	af	bf	cf	df
g	ag	bg	cg	dg
h	ah	bh	ch	dh

Dette er begynnelsen på en tabell. Fullfør denne:

2	1	3	11
4	2	6	22
10	5	15	55
14	7	21	77

Her er produktet

4620

****KOPIORIGINALER****

til

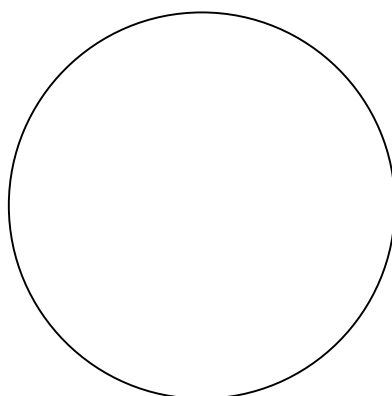
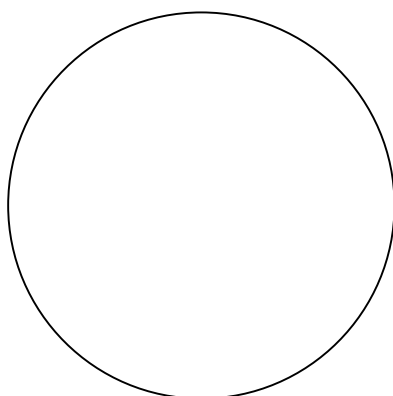
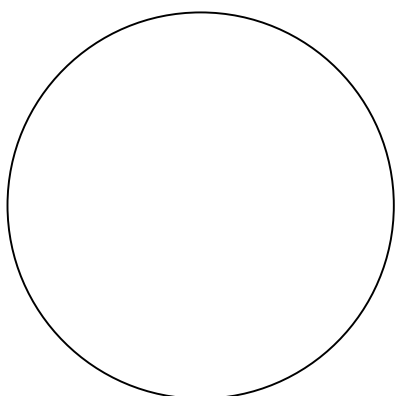
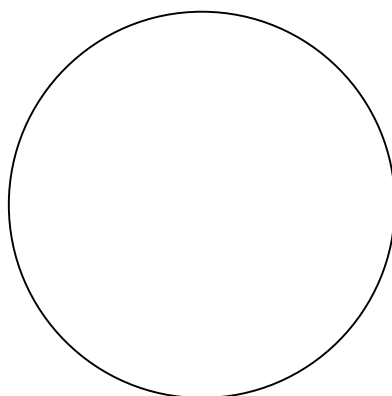
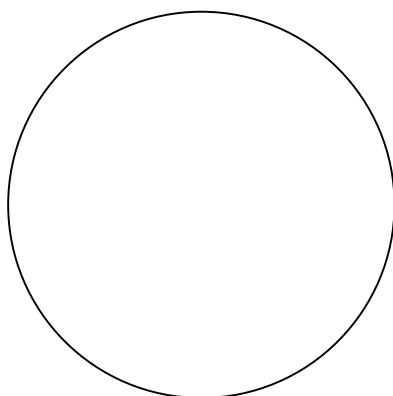
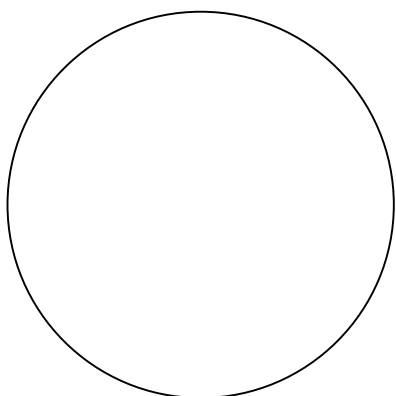
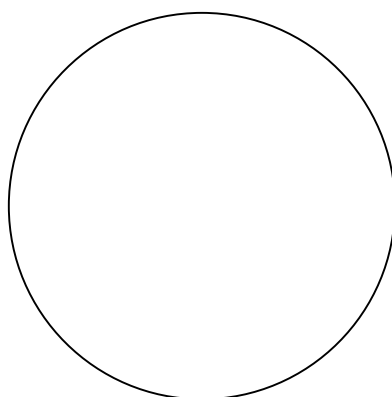
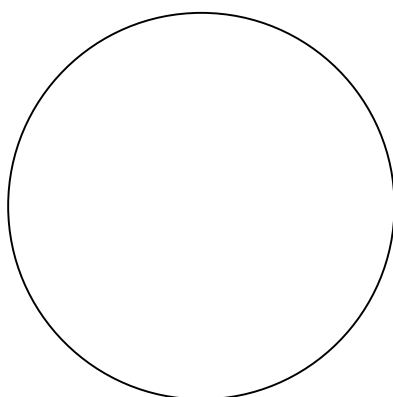
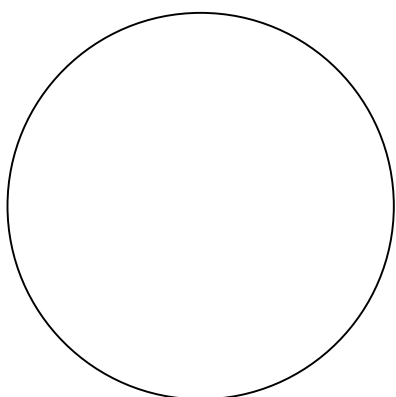
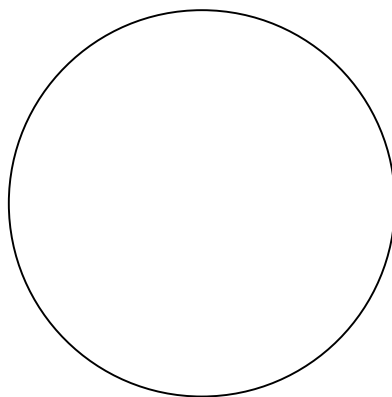
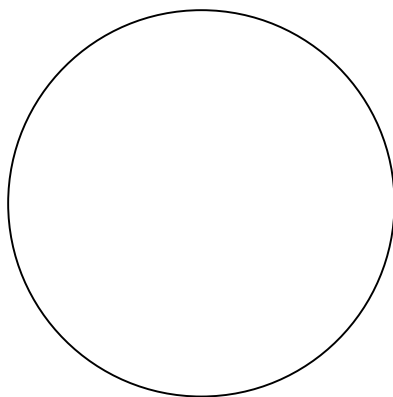
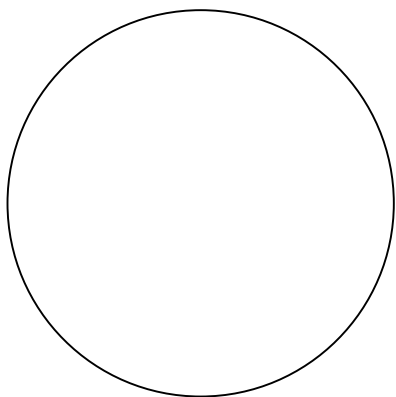
SEMIFINALEOPPGAVENE

Oppgave 1, semifinalen 2000

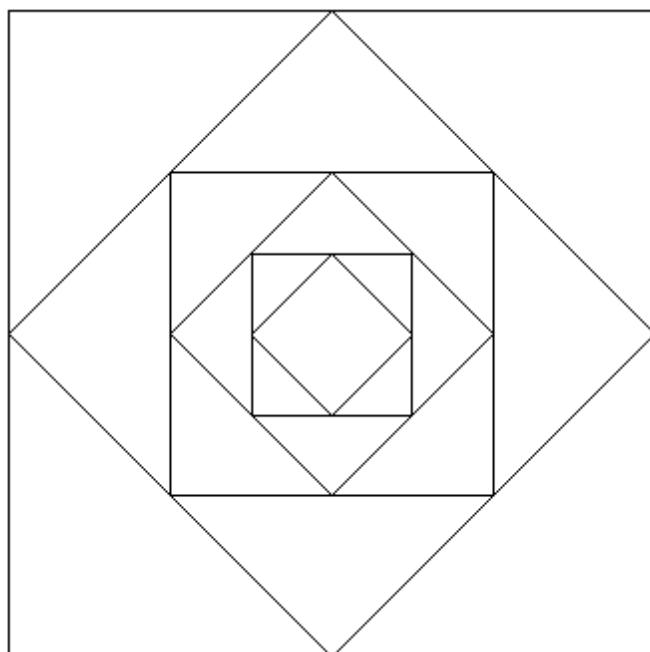
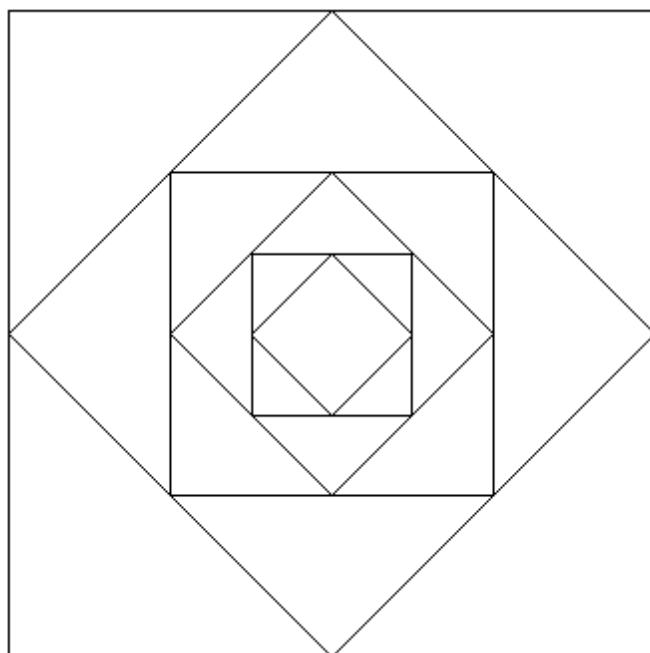
1a Figuren består av 11 pinner. Pinnene skal ikke brykkes og ingen av dem overlapper hverandre. Lag figuren!	1b Ingen pinner er utenfor femkanten. Lag figuren!
1c Alle trekantene er likesidete, men femkanten er ikke likesidet. Alle pinnene er like lange. Lag figuren!	1d Det er fire trekkanter i figuren. Lag figuren!
Ekstralapp1 Hver trekant deler pinner med to andre trekkanter Lag figuren!	Ekstralapp2 En av trekantene er større enn de tre andre Lag figuren!

Oppgave 2, semifinale 2000

Oppgave 3, semifinalen 2000



Oppgave 5, semifinalen 2000



Oppgave 7, semifinalen 2000

| 6 9 |

	2	3	4	5
6	7	8	9	0
	2	3	4	5
6	7	8	9	0
	2	3	4	5
6	7	8	9	0
	2	3	4	5
6	7	8	9	0

Oppgave 8, semifinale 2000

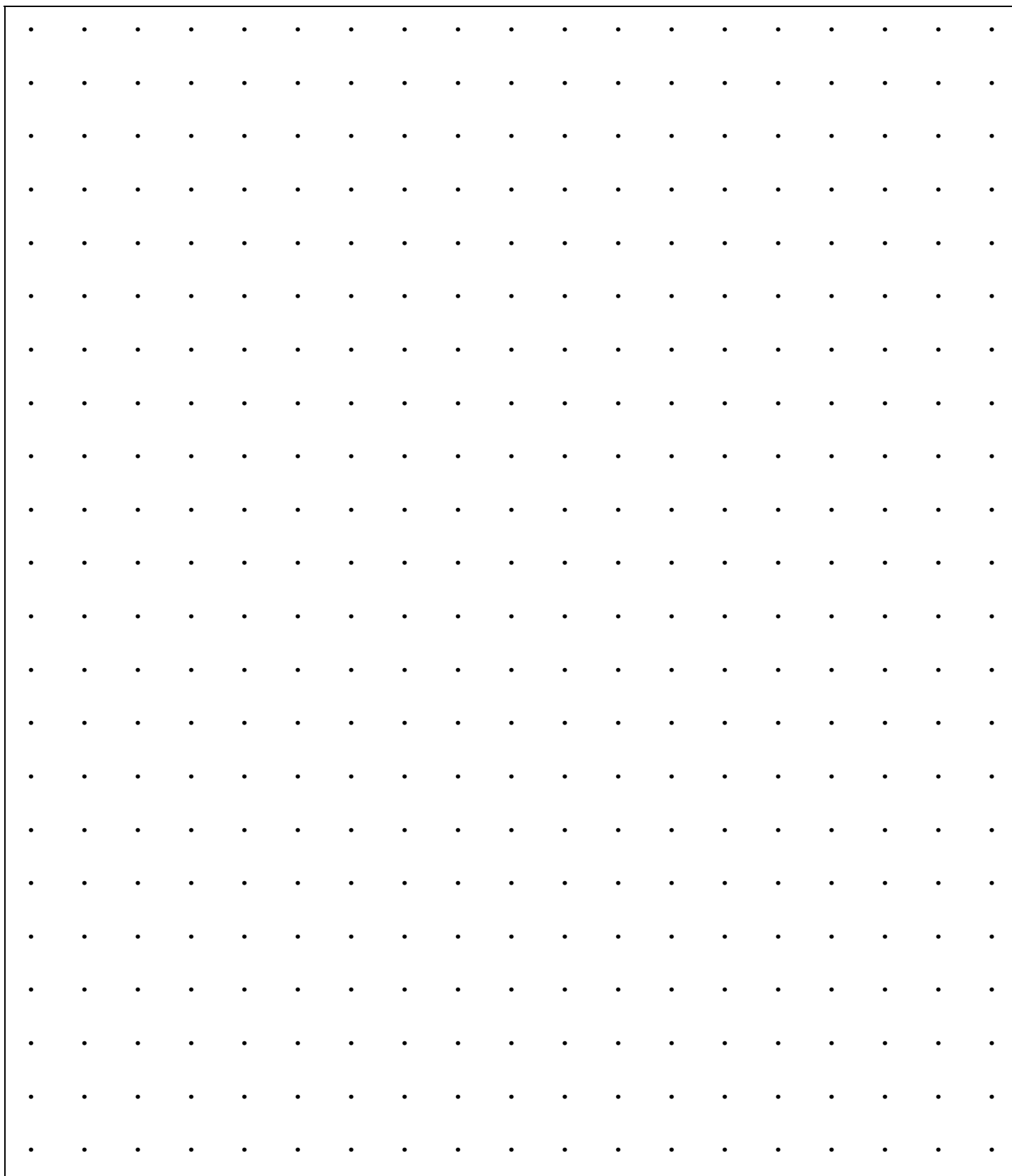
		3	13
5	11		
9	7		
		15	1

Oppgave 1, semifinalen 2001

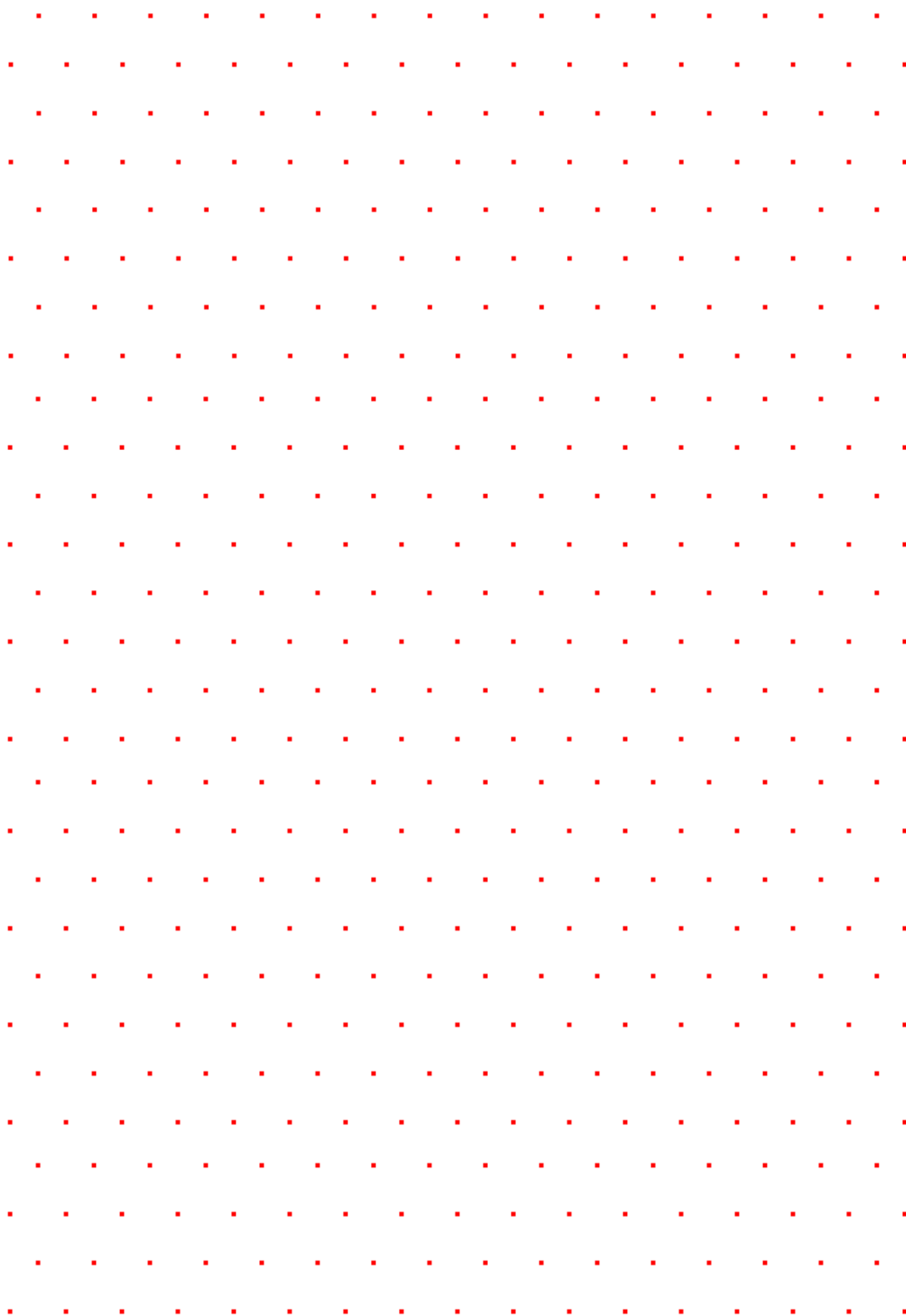
Hint.

	667	

Oppgave 2, semifinalen 2001



Oppgave 3, semifinalen 2001



Oppgave 4, semifinalen 2001

Egyptiske brøker

a) De fem brødene må deles slik:

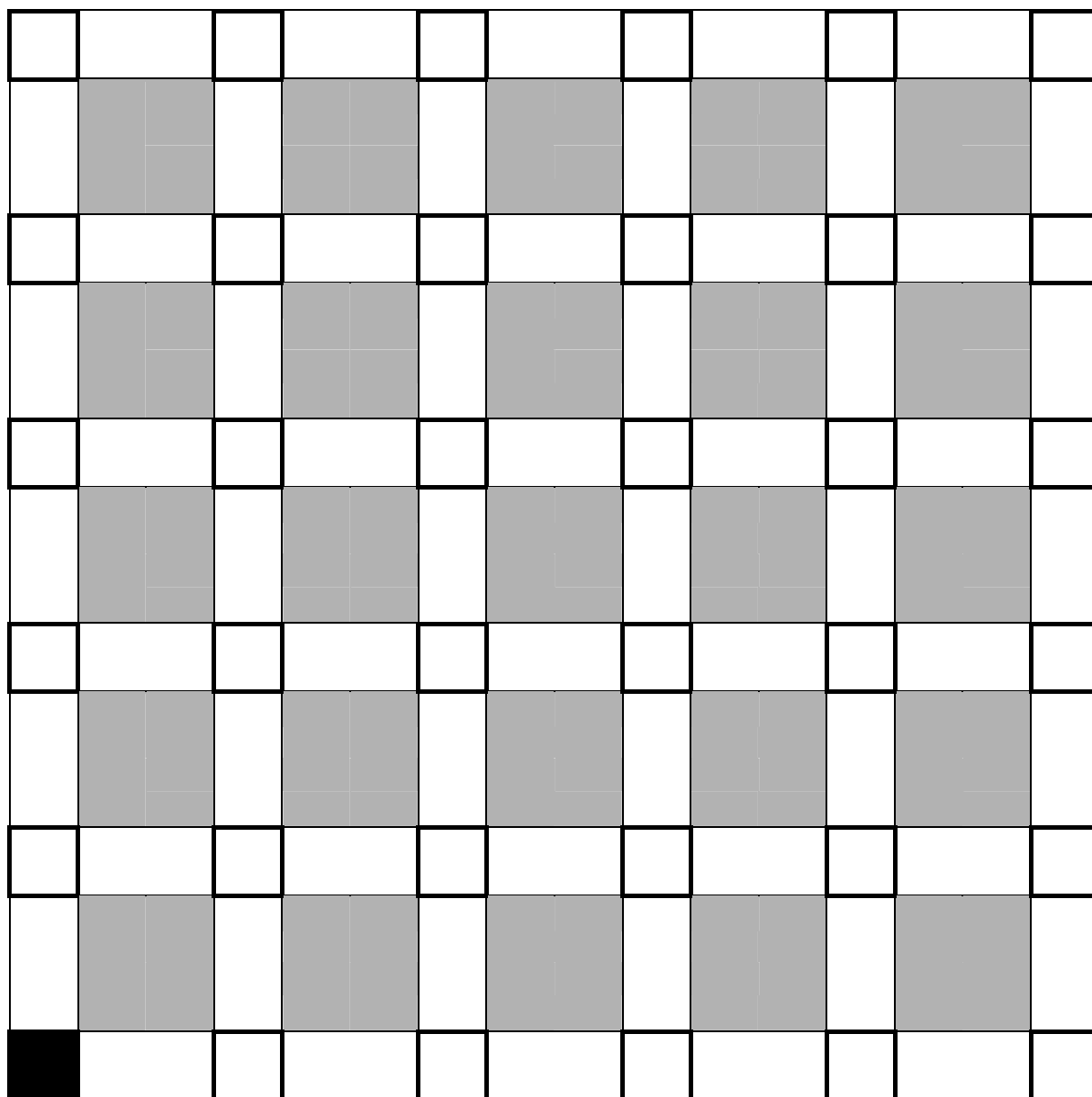
--	--	--	--	--

b) De fire brødene må deles slik:

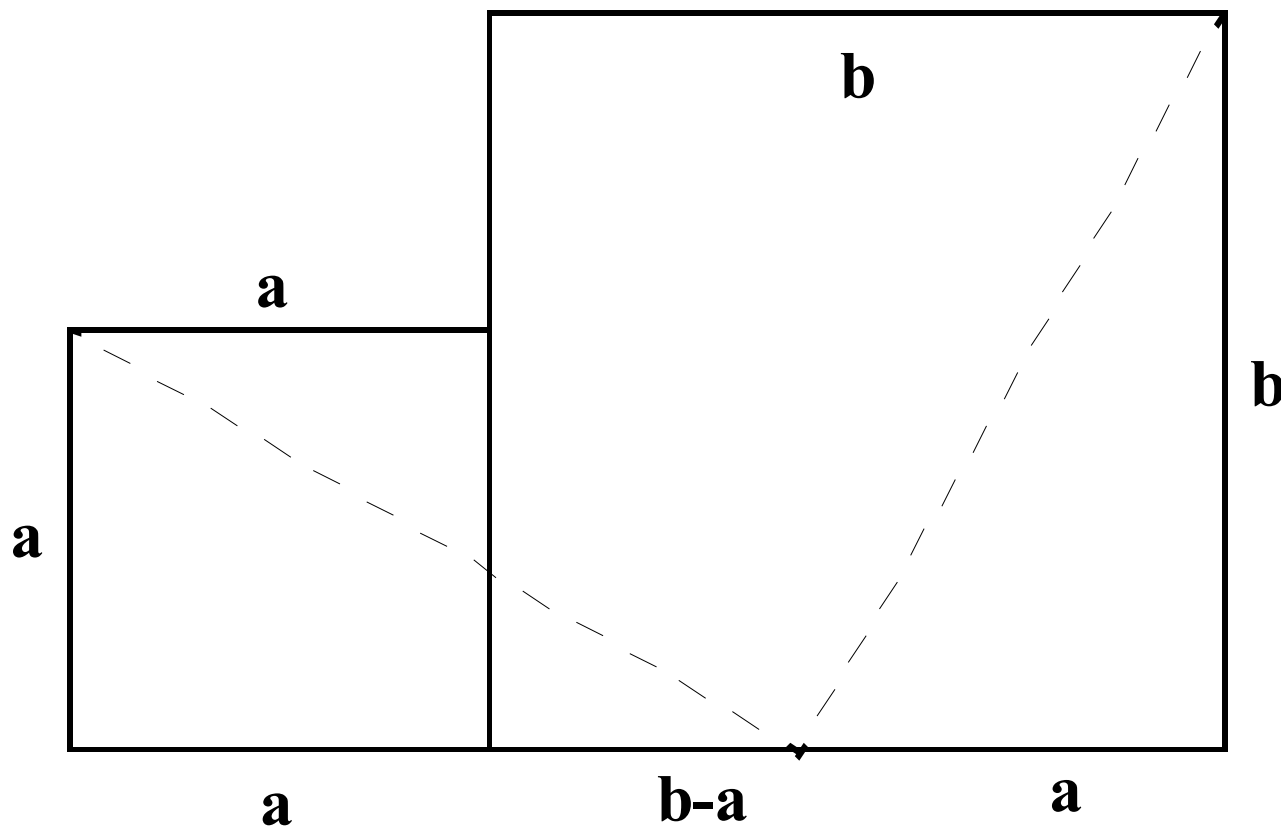
--	--	--	--

Oppgave 5, semifinalen 2001

a) Antall mulige veier fra svart rute til veikryssene:

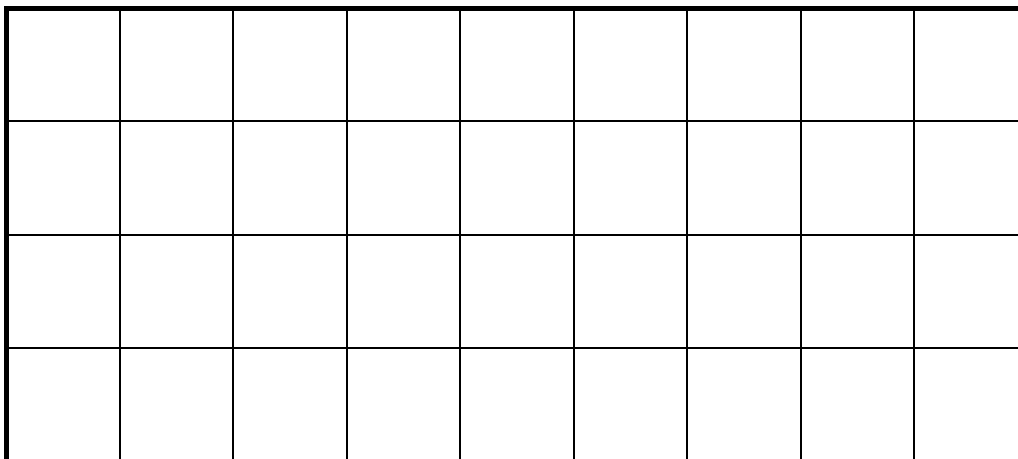


Oppgave 6, semifinalen 2001

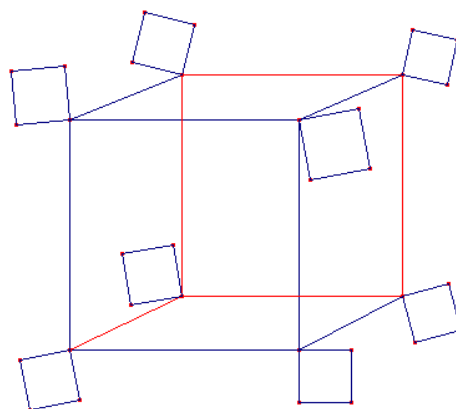
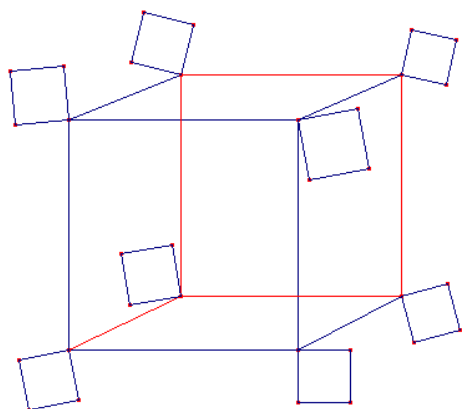
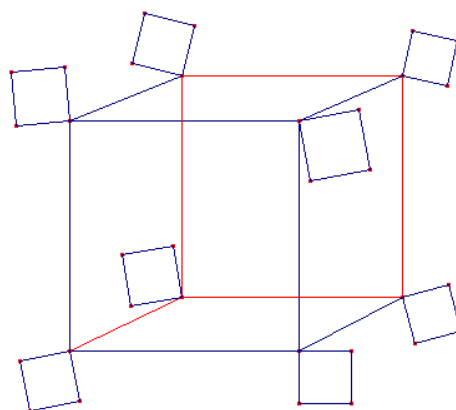
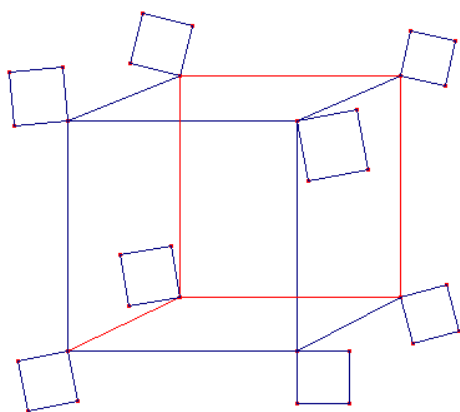


Oppgave 7, semifinalen 2001

Rektangelet må klippes opp slik:

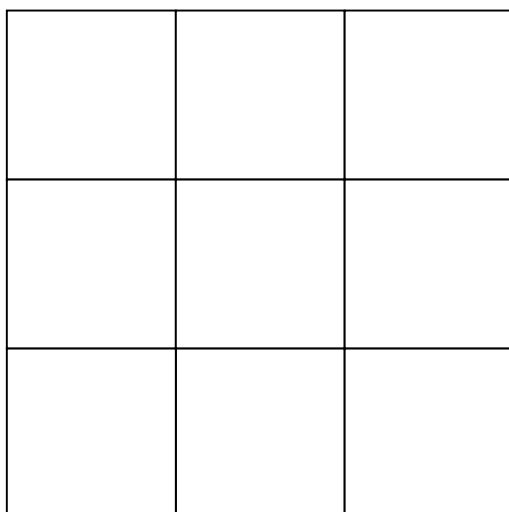
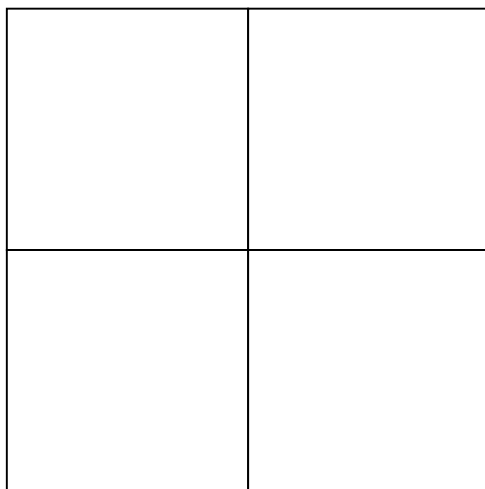


Oppgave 3, semifinalen 2002

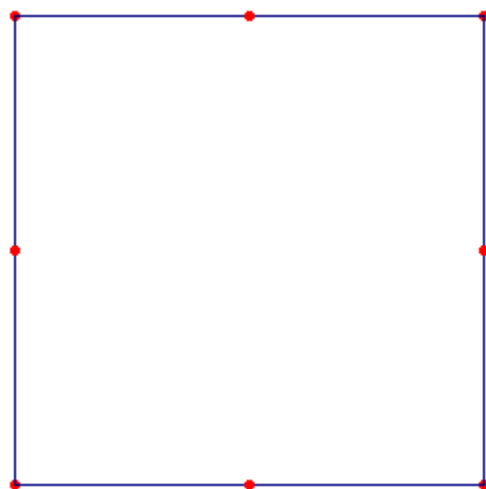
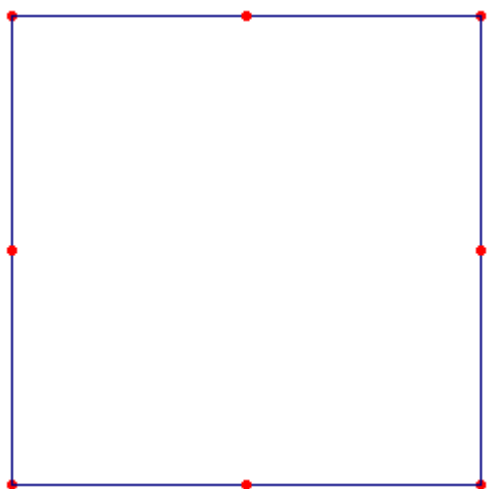
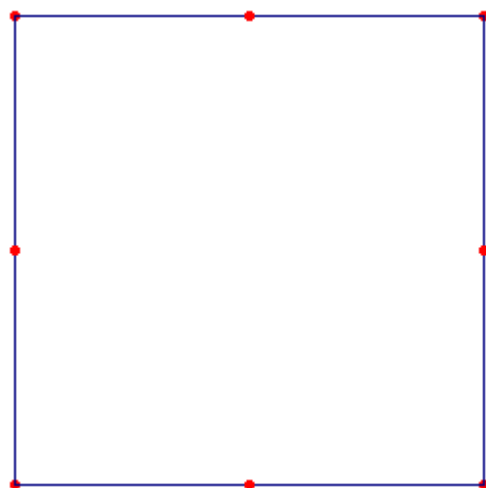
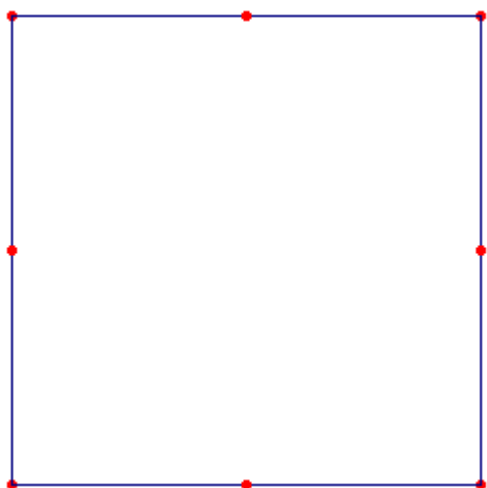
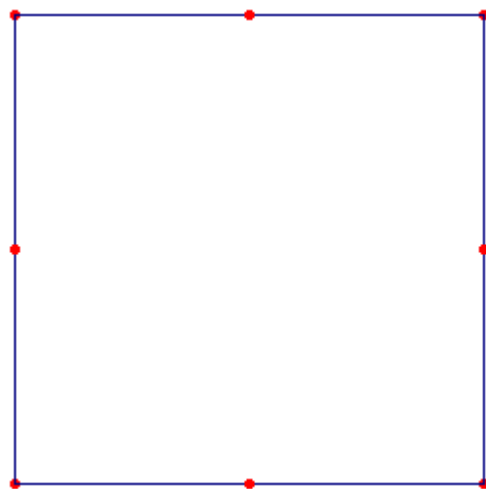
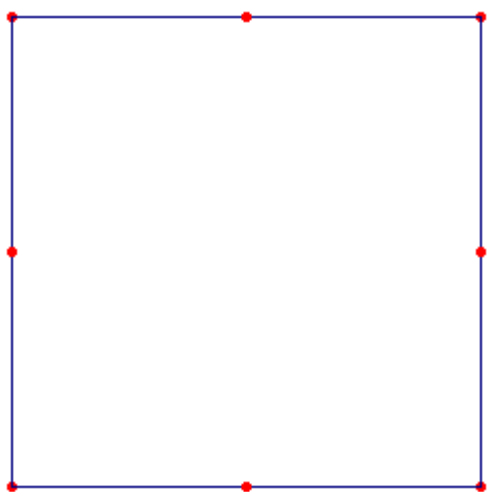


1	2	3	4
5	6	7	8

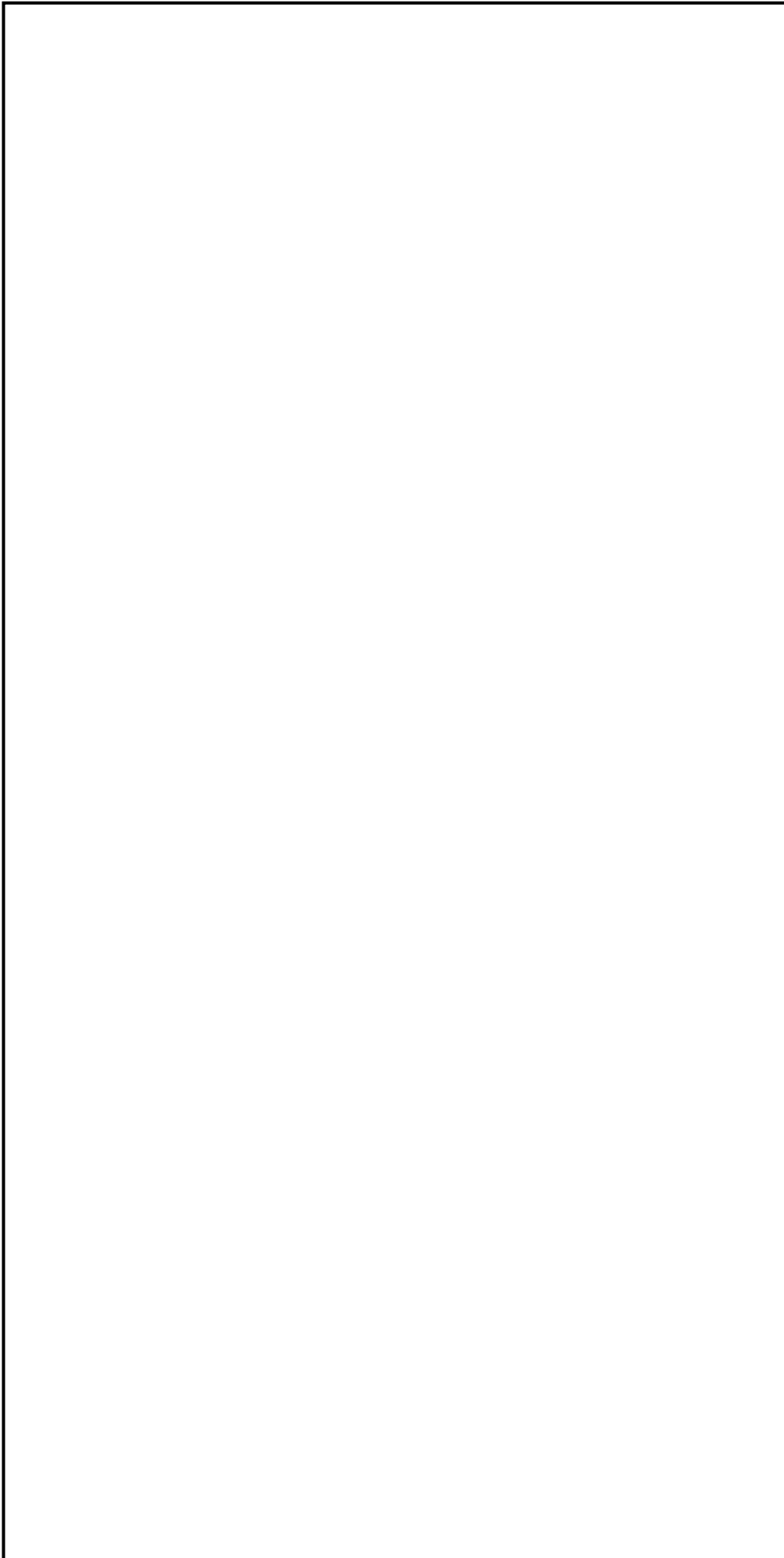
Oppgave 5, semifinalen 2002



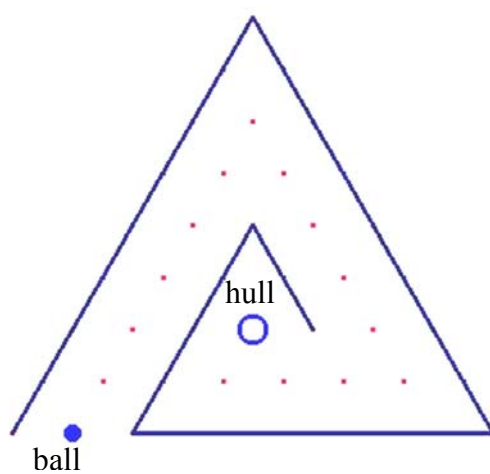
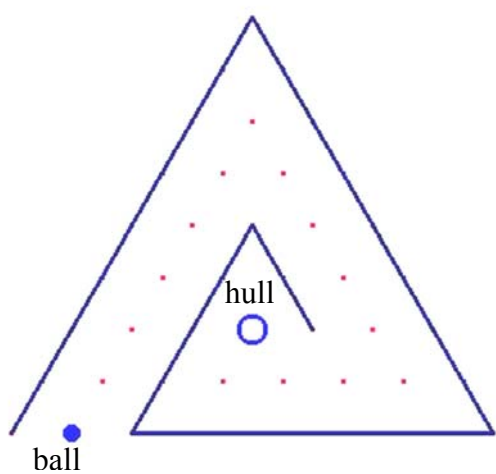
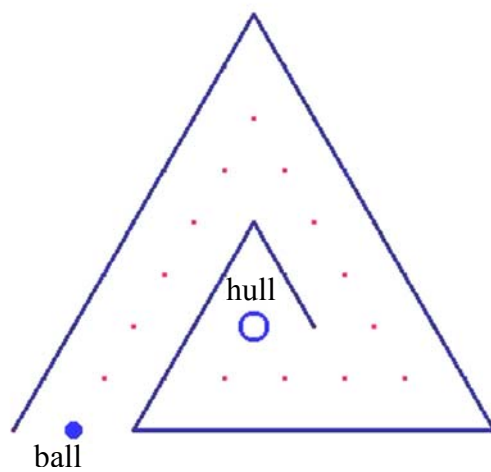
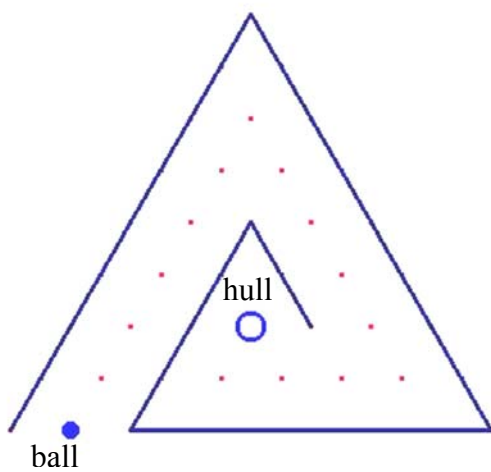
Oppgave 6, semifinalen 2002



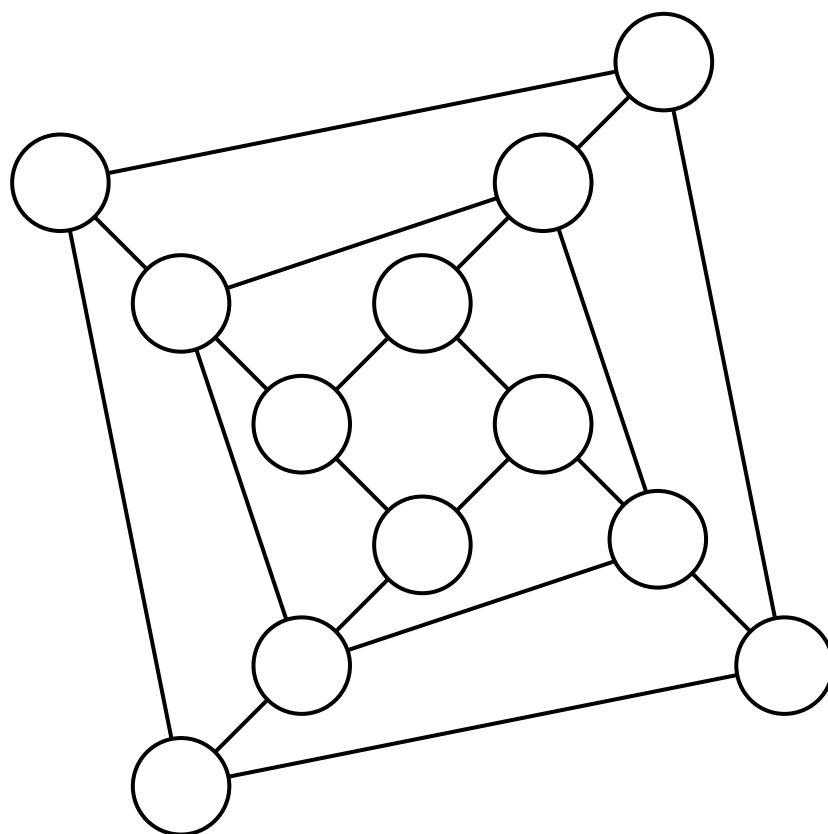
Oppgave 8, semifinalen 2002



Oppgave 1, semifinalen 2003

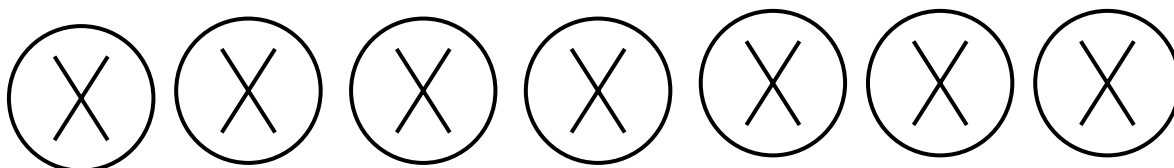


Oppgave3, semifinalen 2003



Oppgave 5, semifinalen 2003

--	--	--	--	--	--	--



Oppgave 8, semifinalen 2003

15	<u>24</u>	3	21
20	32	<u>4</u>	28
<u>40</u>	64	8	56
10	16	2	<u>14</u>

FINALER

2000-2003

Finaleoppgaver 2000

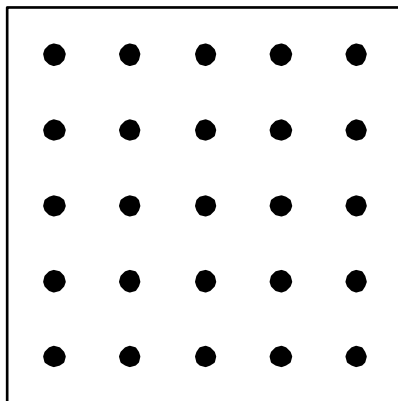
Oppgave 1

Utstyr

4 geobrett 5 x 5
4 esker strikk
4 stk oppgaveark
1 stk oppgaveark med skisse av geobrett for overhead

Beskrivelse

Deltagerne får utlevert et geobrett på 5 x 5 knagger. Ved hjelp av strikk evt. med forskjellig farge, skal de bestemme hvor mange kvadrater av forskjellig størrelse det er mulig å lage på brettet.



Oppgaver

Dere har fått utdelt en kvadratisk plate med 25 pinner i tillegg til diverse strikk. Dere skal nå spenne strikkene ut over plata slik at strikkene danner kvadrater.

- A. Finn ut ***hvor mange ulike kvadrater*** det er mulig å spenne opp på dette brettet. Med ***ulike*** menes her av ***forskjellig størrelse***. To kvadrater av samme størrelse, men plassert på forskjellig sted på plata, regnes som ett kvadrat.
- B. Finn ut ***hvor mange kvadrater*** det til sammen er mulig å spenne opp. Dvs alle kvadrater med ***forskjellig størrelse og plassering***. To kvadrater med samme størrelse, men plassert på forskjellig sted på plata, regnes som to.

Oppgaven løses på **5 minutter**.

Oppgave 2

Utstyr:

3 stk. Dudenys triangel i stort format. Sider som er 30 cm.

3 stk. oppgaveark

1 stk oppgaveark for overhead

Beskrivelse:

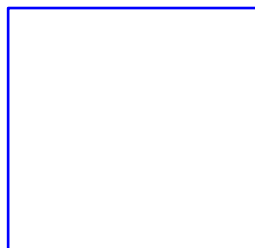
Dudeney's triangel viser hvordan det er mulig å dele en likesidet trekant i fire brikker som også kan legges sammen til et kvadrat.

Deltagerne får utdelt de fire brikkene huler til bulter.

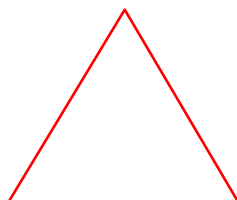
Oppgaver:

Dere har fått utdelt fire puslebrikker. Ved hjelp av disse fire brikkene skal dere:

A. legge et kvadrat. Lag en grov skisse av løsningen i kvadratet nedenfor. Marker brikkene med nummer.



B. Legge en likesidet trekant av de samme brikkene. Lag en grov skisse av løsningen i trekanten nedenfor. Marker brikkene med nummer.



B. Hvem er først ferdig?

Det laget som blir først ferdig får ekstra poeng.

Maksimal tid er **4 minutter**.

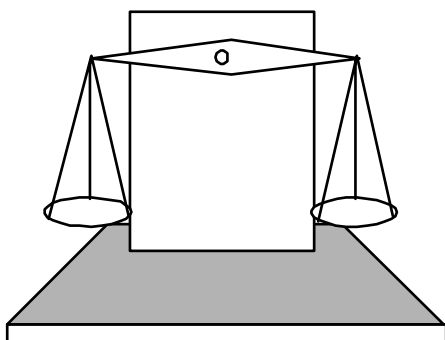
Oppgave 3

Utstyr

4 stk enkle skålvekter
10 stk gule bokser
7 stk røde bokser
4 stk blå bokser
4 stk oppgaveark
1 stk oppgaveark for overhead

Beskrivelse

Deltagerene får utlevert en enkel skålvekt samt seks forseglete bokser med ulik vekt og farge. Oppgaven går ut på å bestemme de innbyrdes vektforholdene ved hjelp av veiing.



Hver får utlevert **en blå bokser**, **to røde bokser** og **tre gul**. Oppgaven går ut på at en skal veie seg fram til hvordan vektene forholder seg til hverandre.

Følgende vektfordeling kan f.eks. velges:

blå = $1/2$ rød

gul = $3/2$ rød

blå = $1/3$ gul

Oppgaver:

Dere har fått utlevert en blå boks, to røde bokser og tre gule bokser i tillegg til en skålvekt. Bokser med lik farge har lik vekt og bokser med forskjellig farge har forskjellig vekt.

Finne ut følgende ved bruk av skålvekten:

A. Hvordan forholder vekten i den blå boksen seg til vekten i en av de røde boksene. Dvs. finn den ukjente, x, i følgende ligning:

$$\text{blå} = x \cdot \text{rød}$$

B. Hvordan forholder vekten i en av de gule gul boksene seg til vekten i en av de røde boksene. Dvs, finn den ukjente, y, i følgende ligning:

$$\text{gul} = y \cdot \text{rød}$$

C. Hvordan forholder vekten i den blå boksen seg til vekten i en av de gule boksene.

Dvs, finn den ukjente, z, i følgende ligning:, finn den ukjente, z, i følgende ligning:

$$\text{blå} = z \cdot \text{gul}$$

Oppgaven skal løses på **5 minutter**.

Oppgave 4

Utstyr:

Ovalen bør være stor f.eks. omtrent dekke et A4 ark.

15 ark med ovaler ordnet i tre bunker

4 linealer min 30 cm

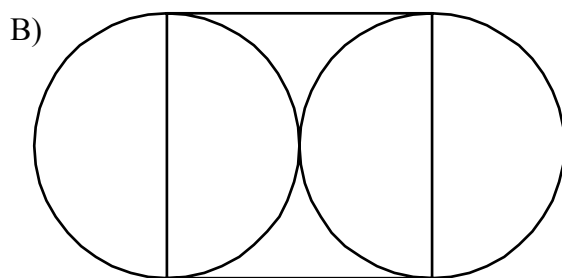
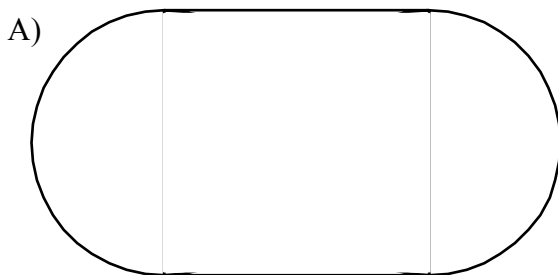
4 blyanter

4 sakser

1 stk oppgaveark for overhead

Beskrivelse:

Deltagerne får utlevert noen ovale stykker papir, en lineal, en blyant og en saks. Oppgaven går ut på at deltagerne skal klippe arket langs en rett linje for deretter å sette delene sammen til et symmetrisk hjerte. Delene skal ligge inntil hverandre og ikke overlape:

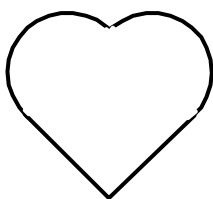


Det finnes minst to måter å gjøre dette på. Deltagerne får ekstrapoeng for å finne flere alternative måter å lage et hjerte på. Et hjerte slik det skal bli vises på overheaden.

Oppgaver

Dere har fått utdelt 5 ovale ark, lineal, blyant og saks. Dere skal nå:

- A. Dele det ovale papirstykket i **to biter** som skal kunne legges sammen til **en hjerteform** som vist på figuren under.



Bitene skal **ikke** overlappe hverandre og **begge** de utklippede bitene skal brukes.

- B. Finn så mange **forskjellige løsninger** på oppgaven som mulig.

Dere får ekstra poeng for hver forskjellig variant dere klarer å lage.

Bruk et nytt ark for hver løsning. Løsningen skal legges ved oppgavearket etter at løsningen er vist fram til konkurransleder.

Oppgaven skal løses på **3 minutter**

Oppgave 5

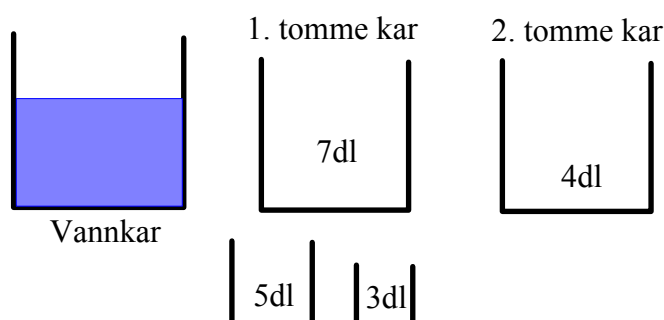
Utstyr

- 4 store vannbeholdere minimum 2 liter (uten målestreker)
- 6 store kar i glass/plast ca 0.8 liter (uten målestreker)
- 4 stk 5 dl mål (bare 5 dl mål)
- 4 stk 3 dl mål (bare 3dl mål)
- 4 stk 1.5 liter vann
- 4 stk oppgaveark
- 1 stk litermål med delstreker for hver dl. (for konkurranseleder)
- 1 stk oppgaveark for overhead

Det er viktig at alle beholdere har det angitt antall målestreker

Beskrivelse

Deltegerne får utdelt tre kar et stort som er fullt med vann, og to mindre som er tomme. I tillegg får de to målebeger som tar henholdsvis 3dl og 5dl disse to nivåene er merket av på begerne. Deretter skal de fylle opp de to tomme karene med en gitt mende vann.



De tilgjengelige målebegerene skal så brukes til å måle opp to angitte mengder med vann. Her er to oppgaver som skal løses:

Oppgaver:

Dere har fått utdelt:

en beholder med vann, to tomme beholdere, ett målebeger som rommer 3 dl og ett målebeger som rommer 5 dl.

Dere skal nå utføre følgende to oppgaver:

- A. Mål opp 4dl i det ene tomme karet ved å bruke 5dl og 3dl målet. **Beskriv framgangsmåten.** Beskrivelsen skal skrives ned på oppgavearket.
- B. Mål opp 7dl i det andre tomme karet ved å bruke 5dl og 3dl målet. Beskriv framgangsmåten. Beskrivelsen skal skrives ned på oppgavearket.

Oppgaven skal løses på **5 minutter**.

Oppgave 6

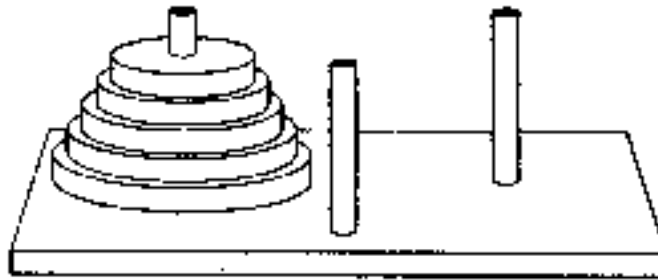
Utstyr:

- 4 stk Hanoi's tårn med 4 kvadrater
- 4 stk oppgaveark
- 1 stk oppgaveark for overhead som viser et bilde av Hanoi's tårn (evt. m/historie)

Beskrivelse:

Tre pinner er satt ned i treplate. På en av pinnene står stablet f.eks. fire ringer eller kvadrater med hull. Disse skal flyttes over til en av de andre pinnene etter følgende regler:

- Bare en ring/kvadrat skal flyttes om gangen
- En større ring/kvadrat skal aldri ligge over en mindre
- Det er lov å bruke alle pinnene under flyttingen



Oppgaver:

Dere har fått utdelt en plate med tre pinner. På en av pinnene er stablet fire kvadrater.

Oppgaven går ut på å flytte kvadratene over til en av de andre pinnene etter følgende regler:

- *Bare ett kvadrat skal flyttes om gangen*
- *Et større kvadrat skal **aldri** ligge over et mindre*
- *Det er lov til å bruke alle pinnene under flyttingen*

Finn ut ved å eksperimentere med tårnet det **minste antall** flytt som trengs når tårnet består av:

- A. **to** kvadrater?
- B. **tre** kvadrater?
- C. **fire** kvadrater?

Finn også ut:

- B. hva er det **minste antall** flytt som trengs når tårnet består av **sju** kvadrater?

Maksimal tid er **4 minutter**.

Oppgave 7 (Reserveoppgave - evt. til ekstraomganger)

Utstyr

3 tavler for plassering av tall
10 x 3 tall for summering
5 x 3 summer

Beskrivelse:

Elevene får utlevert en rekke tosifrede tall og en tavle med plass til 4 tall pluss en sum som vist på figuren under:

$$\begin{array}{r} + \\ + \\ + \\ + \\ \hline = \\ \hline \hline \end{array}$$

Alle lagene får f.eks. få utdelt tallene 11, 17, 23, 42, 49, 55, 67, 75, 88, 96 på relativt store lapper. Derneft får de tildelt en *sum* og skal på kortest mulig tid lage et korrekt regnestykke. Lagene får utlevert summen samtidig og setter dette ved likhetstegnet. En må sørge for at publikum får anledning til å se hva elevene holder på med.

Oppgaver:

Dere har fått utdelt en rekke tall skrevet på lapper og en tavle med spiker.

Konkurransелеder gir dere et tall. Dette tallet representerer en sum og skal henges nederst på tavlen der det står sum. Ved hjelp av fire av de utdelte tallene skal dere sette opp et riktig regnestykke slik at summen blir riktig. Når dere har funnet de fire tallene henges de på de fire øverste knaggene.

Dere får tilsammen utdelt 5 summer, en av gangen.

Skriv opp løsningene for hver av summene nederst på arket.

Hver oppgave skal løses i løpet av **1 minutt**.

Disse summene deles ut av konkurransелеder, en sum av gangen.

- A) Lag summen 119
- B) Lag summen 329
- C) Lag summen 181
- D) Lag summen 190
- E) Lag summen 199

Reserveoppgaver for poenglikhet etter endt finale

Dersom lagene står likt etter de innledende oppgavene i finalen får de noen små oppgaver som skal besvares fort f.eks. i løpet av 30 sek. Svaret må skrives ned på et ark og samles inn av medhjelperne.

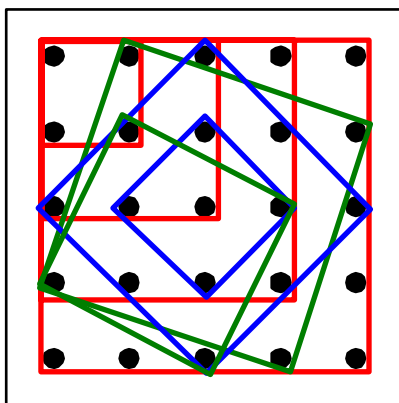
Oppgaver

1. To murstein veier 3 kg + $1/2$ murstein, hvor mye veier da en murstein? En antar at alle mursteiene er like tunge.
2. En flaske med kork koster 90 øre. Flasken koster 80 øre mer enn korken. Hvor mye koster korken.
3. Etter et selskap tar 8 personer avskjed med hverandre på den måten at enhver trykker alle de andre i hånden. Hvor mange håndtrykk blir det?
4. Hvor mye blir 34×56 ?
5. En skredder hadde 21 meter stoff. Hver dag klippet han av 3 meter. Hvor lang tid tok det fra han klippet av den første lengden til han hadde klippet av den siste?

Fasit til finaleoppgaver 2000

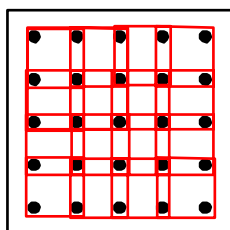
Oppgave 1

Løsning:

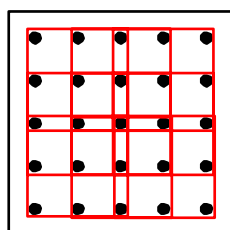


8 forskjellige kvadrater

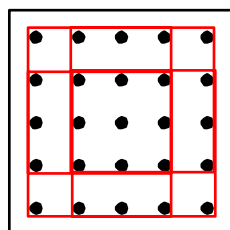
Løsning på oppgave B:



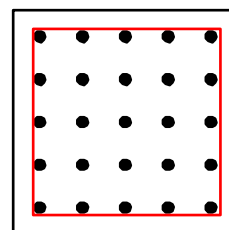
16 stk



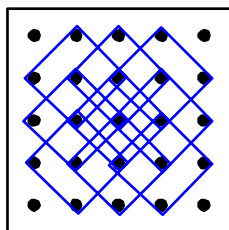
9 stk



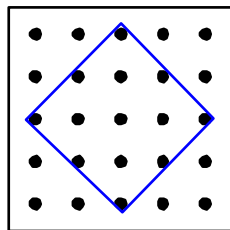
4 stk



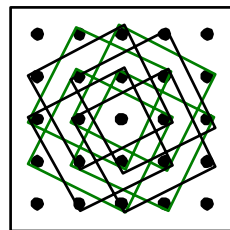
1 stk



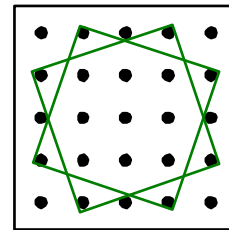
9 stk



1 stk



8 stk



2 stk

Totalt 50 kvadrater

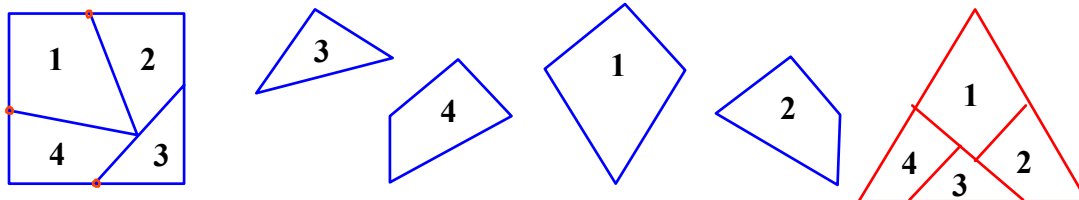
Retningslinjer for poenggivning

- 1 poeng De 4 rette kvadratene er riktig i oppgave A
- 1 poeng De 2 diamantformede kvadratene er riktige i oppgave A
- 1 poeng De 2 skråstilte kvadratene er riktig oppgave A
- 1 poeng De 30 rette kvadratene er riktige i oppgave B
- 1 poeng De 10 diamantformede kvadratene er riktig i oppgave B
- 1 poeng De 10 skråstilte kvadratene er riktig i oppgave B

Maksimal poengskår er 6 poeng

Oppgave 2

Løsning:



Retningslinjer for poenggivning

- 2 poeng for riktig kvadrat
- 2 poeng for riktig trekant
- 2 poeng for først ferdig med begge
- Maksimal poengskår er 6 poeng

Oppgave 3

Løsning

Den foreslåtte vektfordeling vil gjøre at følgende veiinger vil balansere:

$$\text{rød} + \text{blå} + \text{gul} = \text{gul} + \text{gul}$$

$$\text{rød} + \text{rød} = \text{blå} + \text{gul}$$

Ut fra disse to veiingne skal det være mulig å uttrykke vekten av de enkelte boksene ved hjelp av en av de andre:

$$\text{blå} = 1/2 \text{ rød}$$

$$\text{gul} = 3/2 \text{ rød}$$

$$\text{blå} = 1/3 \text{ gul}$$

Retningslinjer for poenggivning

A) 2 poeng for $x = 1/2$

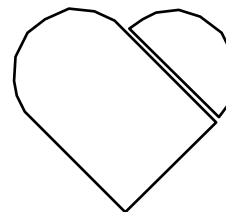
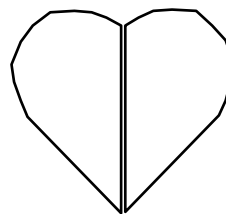
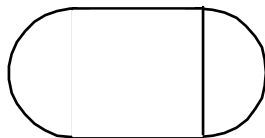
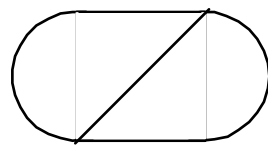
B) 2 poeng for $y = 3/2$

C) 2 poeng for $z = 1/3$

Oppgave 4

Løsning

Under er vist to alternative løsninger:



Retningslinjer for poenggivning

3 poeng for en riktig løsning

3 poeng ekstra for en løsning nummer to

Det gis inntill 3 ekstrapoeng for kreative løsninger

Maksimal poengsum 6 + ekstrapoeng

Oppgave 5

Løsning

- A. Ved hjelp av de to målene på 5dl og 3dl skal deltagerne vise hvordan de kan måle opp 4dl i det første av de to tomme karene.

Fyll 5dl målet
Hell 3dl fra 5dl målet over i 3dl målet
Hell de resterende 2dl over i det tomme karet
Hell vannet fra 5dl målet opp i vannkaret
Gjenta det samme en gang til
Det er nå 4dl i det tomme karet

- B. Ved hjelp av de to målene på 5dl og 3 dl skal deltagerne vise hvordan de kan måle opp 7dl i det andre av de tomme karene.

Fyll 3dl målet
Hell 3dl målet over i 5dl målet
Fyll 3dl målet igjen
Fyll opp 5dl med så mye som mulig fra 3dl målet
Det er nå 1dl igjen i 3dl målet.
Hell den 1dl over i det tomme karet
Fyll 3dl målet to ganger å hell disse over i det tomme karet
Det er nå 7dl i det tomme karet

Rettningslinjer for poenggivning

Konkurransелеder måler opp resultatene:

- | | |
|---------|--------------------------------|
| 1 poeng | 4dl +/- 0.2dl |
| 2 poeng | Godkjent beskrivelse oppgave A |
| 1 poeng | 7dl +/- 0.2dl |
| 2 poeng | Godkjent beskrivelse oppgave B |

Maksimal poengskår er 6 poeng

Oppgave 6

Løsning

To kvarater krever 3 flytt
Tre kavrater krever 7 flytt
Fire kvadrater krever 15 flytt

n kvadrater krever $2^n - 1$

Dvs at sju kvadrater krever $2^7 - 1 = 127$ flytt

Retningslinjer for poenggivning:

1 poeng for oppgave A løst

1 poeng for oppgave B løst

1 poeng for oppgave C løst

3 poeng for oppgave D løst

Maksimal skår er 6 poeng

Oppgave 7 (Ekstra)

Løsning:

A) (riktig svar er 11, 17, 42, 49)

B) (riktig svar er 67, 75, 88, 99)

C) (riktig svar er 17, 42, 55, 67)

D) (riktig svar er 49, 55, 75, 11)

E) (riktig svar er 11, 17, 75, 96)

Retningslinjer for poenggivning

2 poeng for det laget *som først* setter opp det riktige regnestykket i hver omgang

1 poeng for det laget *som klarer å sette* opp summen innenfor 1 minutt, men som ikke blir først.

Dersom ingen av lagene klarer det i løpet av 1 minutt får alle lag null poeng.

Det er mulig makismalt å oppnå 10 poeng i denne omgangen.

Reserveoppgaver

Løsninger:

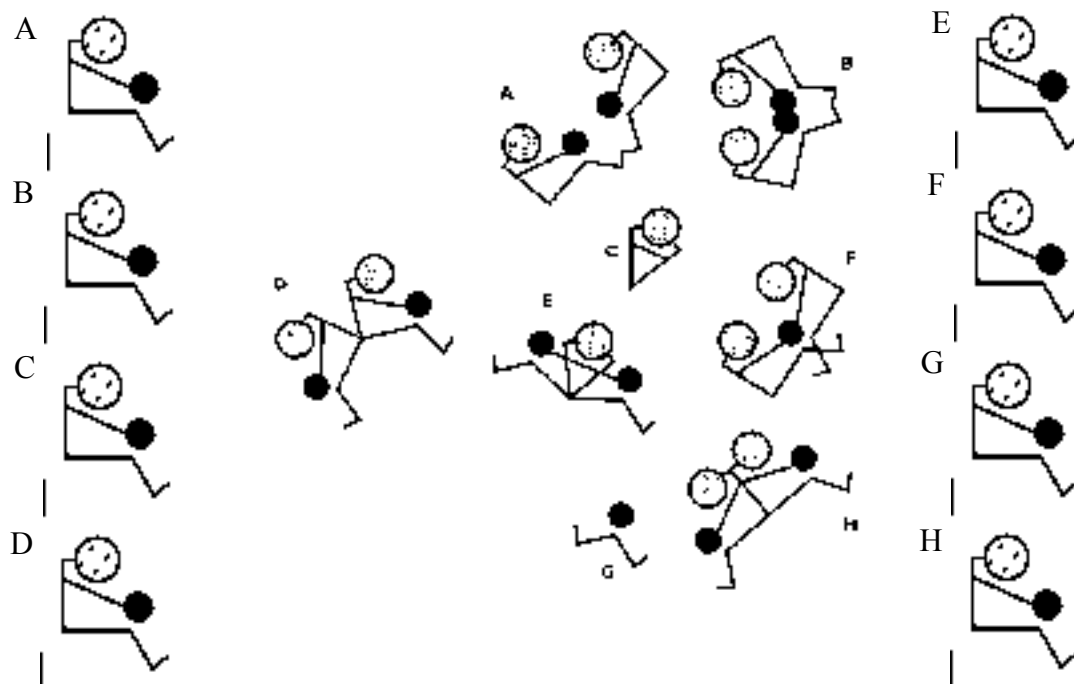
1. En stein veier 2 kg
2. Korken koster 5 øre
3. Det blir 28 håndtrykk
4. Svaret blir 1.904 (34 x 56)
5. Det ville ta 6 dager

Finaleoppgaver 2001

Oppgave 1 – Speilsymmetrier

Beskrivelse:

Elevene får utdelt en grunnfigur. Ved hjelp av et speil kan en lage symmetriske figurer med utgangspunkt i denne figuren. Deltagerne får se grunnfiguren og skal ut fra denne bestemme hvilke av en rekke figurer som kan lages ved hjelp av et plant speil. De har ikke tilgang til et speil, så deltagerne må tenke seg til hva som skjer,



Figuren viser et eksempel. I et oppgavesett bør en ha flere varianter med forskjellig vanskelighetsgrad. En kan også be dem tegne inn symmetriaksen, eller stedet der speilet ligger an mot papiret.

Oppgaver:

Oppgaven viser en grunnfigur. Tenk dere at dere har et plant speil og setter det loddrett ned på papiret på forskjellig måte.

1. Bestem hvilke av figurene A til H som ikke er mulig å gjenskape med speilet
2. I grunnfigurene (A - H) på begge sider av oppgaven, tegner dere en strek der dere mener at kanten av speilet må plasseres for å gi den riktige speilingen for hver av de symmetriske figurene.

Oppgaven skal løses på **3 minutter**.

Oppgave 2 – Kvadrater I kvadrat

Utstyr:

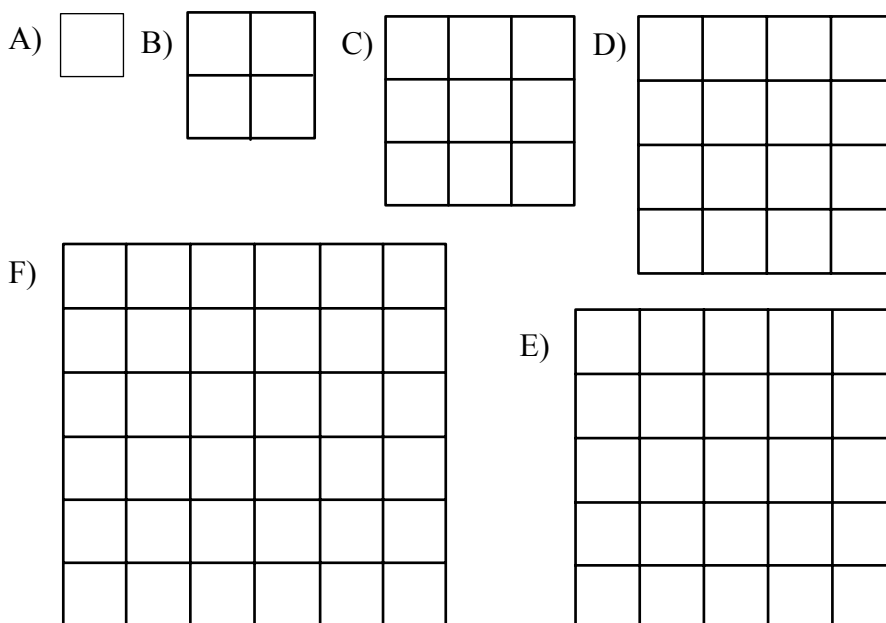
3 stk. oppgaveark

1 stk oppgaveark for overhead

Overhead for oppgaven og løsning for visning til publikum

Beskrivelse:

Deltagerne får utlevert et ark med 6 kvadrater med stadig stigende størrelse og oppdelt i et stigende antall mindre innvendige kvadrater. Oppgaven går nå ut på å finne antallet kvadrater i hvert av kvadratene. Det er da meningen at en skal finne alle mulige kvadrater, med lik og ulik størrelse og med ulik plassering.



Oppgaver:

På figuren ser dere 6 kvadrater hvor alle unntatt det første er sammensatt av flere mindre *innvendige* kvadratiske ruter. Oppgaven er:

1. Finn antall kvadratiske ruter i alle mulige størrelser i hvert av de 6 kvadratene. To ruter som har forskjellig størrelse eller forskjellig plassering, regnes som to.
2. Finn antall kvadratiske ruter i alle mulige størrelser i et kvadrat med 8 x 8 ruter
3. Finn antall kvadratiske ruter i alle mulige størrelser i et kvadrat med $n \times n$ ruter

Oppgaven skal løses på **5 minutter**.

Publikumsaktiviteter:

Publikum har fått utlevert et ark med de seks kvadratene med ruter tegnet inn.

Oppgave 3 – Meterstavene som aldri passer

Utstyr:

3 x 3 trelister med lengde 110, 70 og 50 cm, blyant med viskelær

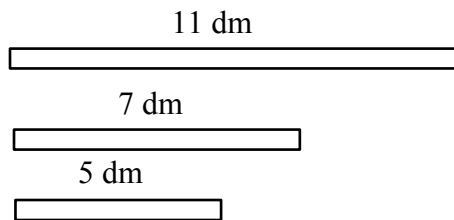
Alt A) Tavle og tavletusj til hvert av lagene.

Alt. B) Store papp-plater som brukes for oppmåling, tusj

Overhead for oppgaven og løsning for visning til publikum

Beskrivelse:

Deltagerne får utlevert tre målestaver med angitt lengde. Disse skal brukes til å tegne opp en spesiell lengde på tavla:



Ved hjelp av disse målestavene skal deltagerne måle opp forskjellige angitte lengder:

Oppgaver:

Dere har fått tre målestaver. En er 50cm, en 70 cm og en er 110 cm

Bruk de tildelte målestavene til å måle opp lengden:

1. 60 cm på **tavla**. Vis grafisk på tavla hvordan dere er kommet fram til resultatet.
2. 130 cm på **tavla**. Vis grafisk på tavla hvordan dere er kommet fram til resultatet.
3. 80 cm på **tavla**. Vis grafisk på tavla hvordan dere er kommet fram til resultatet.

Oppgavene skal løses på **3 minutter**.

Publikumsaktivisering:

Publikum kan følge med deltagerne når de løser oppgaven på tavla eller på plata.

Oppgave 4 – Mastermind med tall

Utstyr:

Alt A) Overhead, white board, tusj og oppgaveark for plassering på overhead.

Alt B) Deltagerne får oppgavene på et A4-ark.

Overhead for oppgaven og løsning for visning til publikum

Beskrivelse:

Oppgaven går ut på å spille mastermind ved hjelp av tall i stedet for med fargerknitter. For at oppgaven skal være uavhengig av hjelpere gis elevene en situasjon hvor spillet er kommet i gang. De blir deretter bedt om vise hvilke alternative tall som faktisk tilfredstiller forutsetningene så langt. På figuren under er vist et eksempel. En kan tenke seg å finne vanskeligere eksempler som har flere mulige løsninger. Eller en kan utvide antall siffer. Deltagerne skal finne alle mulige løsninger for å få full uttelling.

1. forsøk	1	2	3	
2. forsøk	4	5	6	■
3. forsøk	4	7	8	□ □
4. forsøk	4	9	0	

Hvilke tall er mulige?

En svart firkant til høyre for tallkombinasjonen antyder at et av tallene står på rett plass og har rett verdi. En åpen firkant til høyre for tallkombinasjonen antyder at ett av tallene er riktig, men står i gal posisjon. To åpne firkanter antyder at to tall er riktige, men at begge står i gal posisjon osv.

For at alle skal skjønne oppgaven kan en evt. gå gjennom eksempelet og komme fram til tallene 786 og 857.

Oppgave:

Vi skal nå spille mastermind med tall. Den som har laget oppgaven har tenkt på et tall.

Som dere ser er den som løser oppgaven kommet et stykke på vei, men fortsatt er det mer enn et tall som kan passe.

1. forsøk	3	2	7	☐
2. forsøk	8	9	2	
3. forsøk	7	5	1	☐ ■
4. forsøk	7	0	5	☐

Hvilke tall er mulige?

Dere skal nå forsøke å finne alle tresiffrerte tall som tilfredstiller de opplysningene som er gitt så langt.

Tips: Tallene i hvert av svarene kan inneholde flere like siffer.

En **svart firkant** til høyre for tallkombinasjonen antyder at et av tallene står på rett plass og har rett verdi.

En **åpen firkant** til høyre for tallkombinasjonen antyder at ett av tallene er riktig, men står i gal posisjon. To åpne firkanter antyder at to tall er riktige, men at begge står i gal posisjon osv.

Oppgaven skal løses på **4 minutter**.

Publikumsaktivisering:

Oppgaven vises på overhead slik at publikum kan delta.

Oppgave 5 – Færrest mulig veiinger

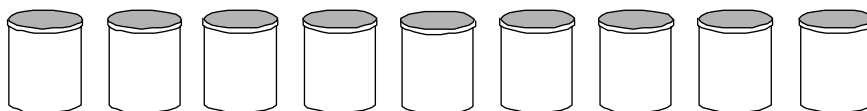
Utstyr:

3 x 9 bokser hvorav 3 er litt tyngre enn de øvrige som skal være eksakt like tunge.

3 skålvecter (helst en ekstra i reserve)

Beskrivelse:

Deltagerne får utdelt 9 filmbokser. 8 av disse boksene veier eksakt like mye. En av dem er litt tyngre, men ikke så mye at det er mulig å kjenne det ved løfte på dem. Ved hjelp av en skålvect skal de finne ut hvilken boks som veier litt mer enn de øvrige:



Det er om å gjøre å bruke færrest målinger.

Oppgaver:

Dere har fått utlevert 9 filmbokser. Alle boksene er like tunge **unntatt en som er litt tyngre** enn de øvrige. Det er ikke nok å finne den tyngste boksen, den fremgangsmåten dere kommer fram til må være slik at dere **alltid vil være 100% sikker** på at dere vil finne den tyngste boksen.

1. Dere skal nå ved hjelp av skålvecta finne en måte å gjøre veiingen på slik at dere **alltid** er istand til å finne den tyngste boksen, dvs *flaks gjelder ikke*.
2. Dere kan bruke så mange veiinger dere ønsker, men **dere får flere poeng dessto færre veiinger** dere trenger
3. Dere skal beskrive på svararket den fremgangsmåten dere bruker
4. Den valgte fremgangsmåten skal demonstreres ved hjelp av vektene når svaret avgis for dommerne.

Tilleggsopplysning: Det er mulig å greie seg med bare to veiinger for med 100% sikkerhet å bestemme hvilken av boksene som er tyngst.

Oppgavene skal løses på **4 minutter**.

Publikumsaktivisering:

Publikum kan følge med deltagerne når de løser oppgaven

Oppgave 6 – Lik oppdeling av kvadrater

Utstyr:

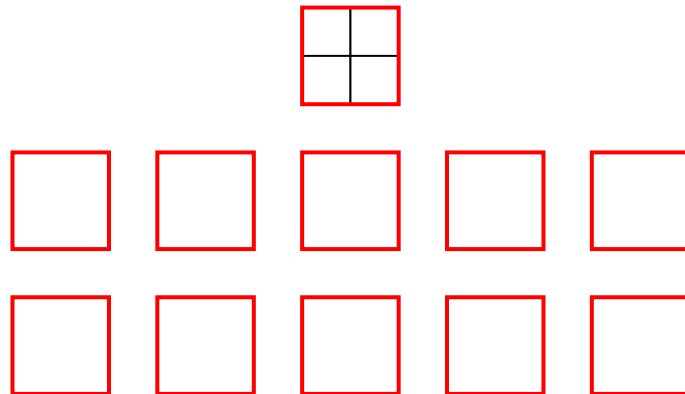
Alt A) Store papp-plater hvor det er tegnet inn flere kvadrater. Små oppgaveark med øvingskvadrater.

Alt B) En tavle hvor en ved hjelp av en transparent på overhead viser 10 kvadrater eller flere på en tavle. Det må være mulig å viske ut delingsstrekene, mens kvadratene blir stående. 3 tavlesvamp og 3 tusjer.

Overhead for oppgaven og løsning for visning til publikum

Beskrivelse:

Deltageren får utlevert en tavle. Ved hjelp av en overhead projiseres 10 kvadrater opp på tavlen. Deltagerne skal dele disse kvadratene i fire like deler på flest mulig forskjellige måter ved hjelp av en tavletusj..



Oppgaver:

På figuren over ser dere 10 kvadrater.

1. Dere skal nå dele kvadratene i fire helt like (kongruente) biter på flest mulig forskjellige måter. Bruk tusjen til å trekke streker. Figuren øverst viser et eksempel. De fire bitene kan godt være dreid i forhold til hverandre.
2. For at to løsninger skal regnes som forskjellige, må bitene i de to løsningene også være **tydelig** forskjellige, ikke bare dreid en liten vinkel eller endret litt på målene.
3. Kvadratens ytterkant skal ikke forandres.
4. Dommerne avgjør hva som godkjennes som forskjellig.

Bruk det vesle øvingsarket før dere fører svarene inn på det store arket.

Oppgavene skal løses på **3 minutter**.

Publikumsaktivisering:

Publikum får utdelt et ark med en mengde kvadrater på. Deretter kan de være med å dele kvadratene sammen med deltagerne når de får vite oppgaveteksten.

Oppgave 7 – Magiske trekanter**Utstyr:**

Alt A) 4 storeoppgaveark med trekanter

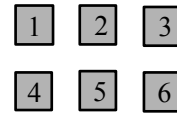
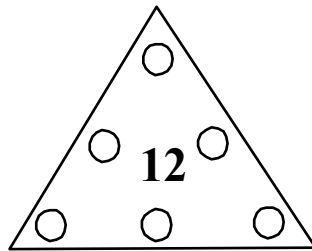
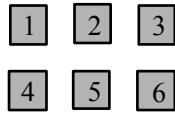
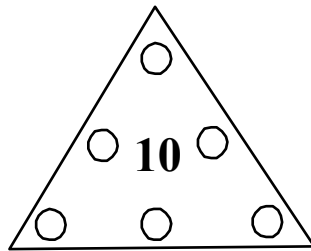
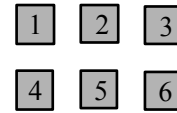
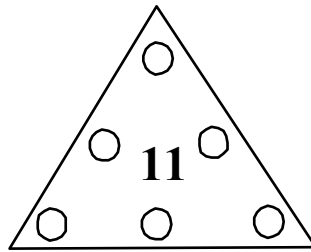
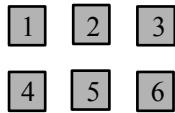
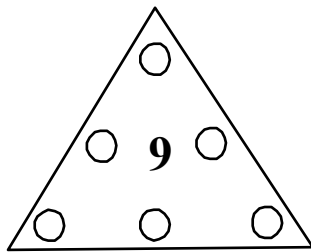
4 x 4 sett med brikker med tall fra 1 til 9

Alt B) Oppgavene kan også vises på white board slik at eleven skriver tallene rett inn i rubrikkene på tavla.

Overhead for oppgaven og løsning for visning til publikum

Beskrivelse:

Deltagerne får utdelt fire trekanter hver med 6 markeringer. I tillegg får hvert lag utlevert 4 sett brikker med tallene 1 til 6. Disse skal så legges på markeringene slik at summen i samtlige tre rader inkludert hjørnene skal gi henholdsvis summene 9, 10, 11 og 12 langs alle tre sider.



Oppgaver:

Dere har nå fått fire trekantene hver med 3 sirklene langs hver av sidene i trekantene. Sirklene i hjørnene er felles for alle sidene. I tillegg har dere fått fire sett med tallene 1 til 6 til hver av oppgavene.

1. Legg tallene 1 til 6 på de runde markeringene på trekanten merket med 9 slik at summen langs alle tre sidene blir 9. Alle seks tallene skal benyttes. Hjørnetallene inngår i summene.
2. Legg tallene 1 til 6 på de runde markeringene på trekanten merket med 10 slik at summen langs alle tre sidene blir 10. Alle seks tallene skal benyttes. Hjørnetallene inngår i summene.
2. Legg tallene 1 til 6 på de runde markeringene på trekanten merket med 11 slik at summen langs alle tre sidene blir 11. Alle seks tallene skal benyttes. Hjørnetallene inngår i summene.
3. Legg tallene 1 til 6 på de runde markeringene på trekanten merket med 12 slik at summen langs alle tre sidene blir 12. Alle seks tallene skal benyttes. Hjørnetallene inngår i summene.

Oppgaven skal løses på 5 minutter

Publikumsaktivisering:

Oppgaven vises på overheaden sammen med alle tallene. Publikum prøver seg fram på eget ark.

Reserveoppgave ved lik poengstilling:

Oppdeling av kvadrater

Utstyr:

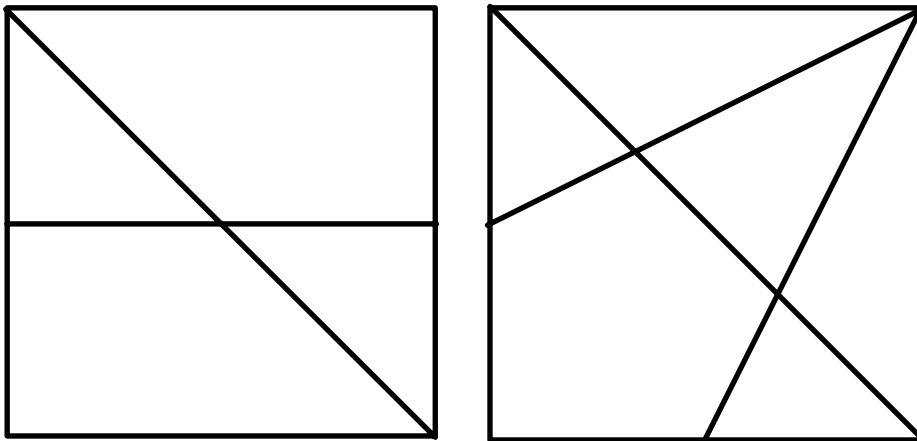
Alt A) Store papplater med de oppdelte kvadratene med svaret, småark for eksperimentering, 3 linealer.

Alt B) Transparenter med oppgaveark, white board, tusj.

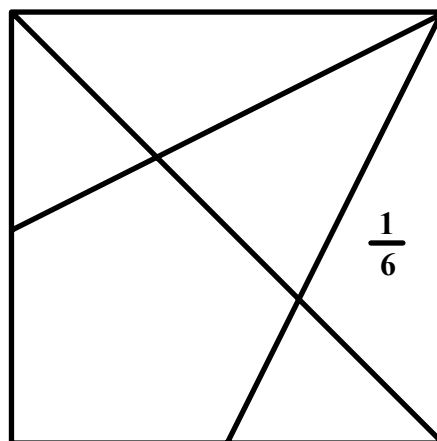
Overhead for oppgaven og løsning for visning til publikum

Beskrivelse:

Elevene får se et kvadrat som er delt med rette linjer. Ut fra å betrakte hvordan linjene deler kvadratet skal elevene finne hvilken brøkdel av hele kvadratet de enkelte delene utgjør.

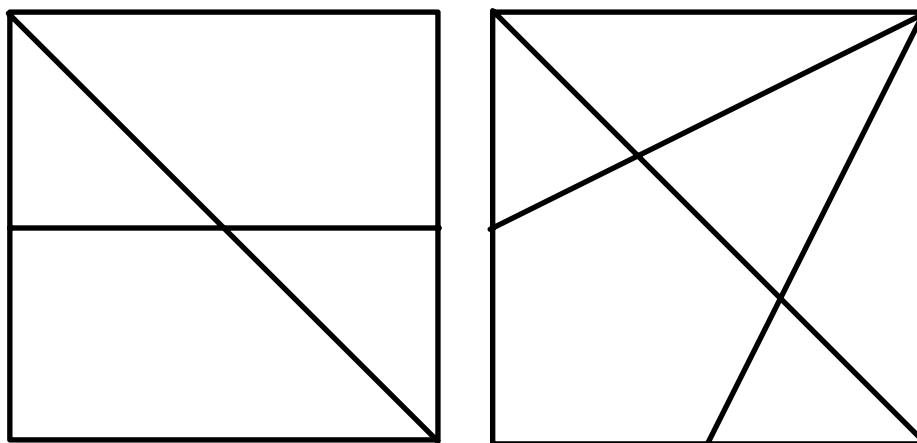


Oppgaven kan være litt vanskelig, men kan gjøres noe enklere ved å sette inn et eller flere tall.

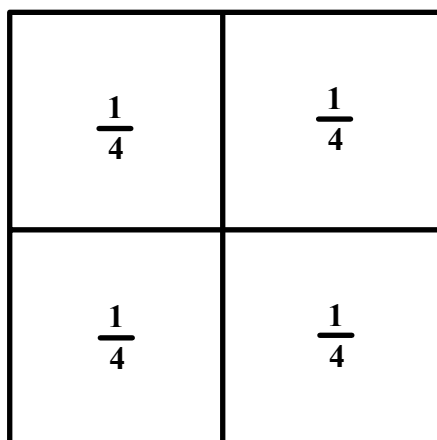


Oppgaver:

Dere har fått utlevert to **kvadrater** hvor det er trukket linjer på kryss og tvers. Linjene i kvadratet treffer **enten et hjørne eller midtpunktet på siden**. Ut fra disse opplysningene skal dere bestemme hvor stor del hvert enkelt felt utgjør av hele kvadratet.



Under viser et enkelt eksempel.



Det er lov til å bruke en lineal som et hjelpemiddel

Oppgaven skal løses på **4 minutter**.

Publikumsaktivisering:

Publikum for utlevert et ark med to kvadrater, de må selv tegne inn delelinjene for så å løse oppgaven hver for seg. Oppgaven vises på overhead.

Kjappe oppgaver ved poenglikhet (Straffekonk):

Dersom lagene fortsatt står likt etter de innledende oppgavene i finalen får de noen små oppgaver som skal besvars fort. ***Det første laget som svarer rett får poeng.*** Om ingen av lagene har svart innen 2 minutter gis en ny oppgave. Alle oppgavene gjennomføres før poengopptelling.

Hvert riktig svar gir 1 poeng, hvert galt svar gir 0 poeng

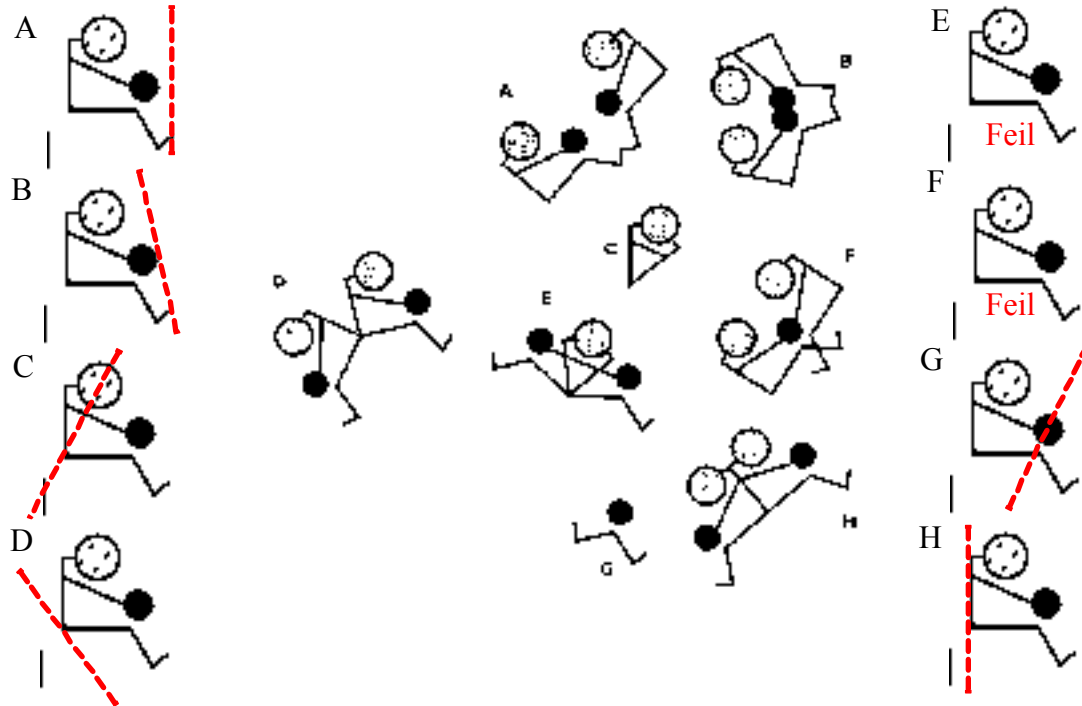
1. En skredder hadde en rull med 21 meter stoff, og hver dag klippet han av 3 meter. Hvor lang tid ville det ta før hele rullen var klippet?
2. To murstein veier 3 kg + $\frac{1}{2}$ murstein, hvor mye veier da en murstein
3. En flaske med kork koster 90 øre. Flasken koster 80 øre mer enn korken. Hvor mye koster korken?
4. Etter et selskap tar 8 personer avskjed med hverandre på den måten at enhver trykker alle de andre i hånden en gang. Hvor mange håndtrykk blir det til sammen?
5. Hvor mye blir 34×56 ?

Fasit til finaleoppgaver 2001

Oppgave 1

Løsning:

Løsningen viser at to av figurene, E og F, ikke kan dannes ved et speil



Retningslinjer for poenggivning:

- 1 poeng for en riktig avslørt figur som ikke er mulig å fremstille med speiling
- 2 poeng for to riktige avslørte figurer som ikke er mulig å fremstille med speiling
- 1 minuspoeng for hver figur som er en speiling, men blir foreslått ikke å være det
- 1 poeng for to riktige symmetrilinjer
- 2 poeng for fire riktige symmetrilinjer
- 3 poeng for seks riktige symmetrilinjer
- Maksimalt antall poeng er 5 poeng

Oppgave 2

Løsning:

Det kan være lurt å telle opp ruter i hver størrelse:

Oppgave 1

A) $1 = 1$

B) $4 + 1 = 5$

C) $9 + 4 + 1 = 14$

D) $16 + 9 + 4 + 1 = 30$

E) $25 + 16 + 9 + 4 + 1 = 55$

F) $36 + 25 + 16 + 9 + 4 + 1 = 91$

Oppgave 2

Antall rueter i en 8×8 kvadrat er:

$$64 + 49 + 36 + 25 + 16 + 9 + 4 + 1 = 204$$

Oppgave 3

Vi ser at antallet blir summen av kvadratet av tallene opp til n . Dette kan også skrives som:

$$\text{Antall kvadrater} = \sum_{i=1}^n i^2 = \frac{n(2n+1)(n+1)}{6}$$

Rettningslinjer for poenggivning:

Det gis 0 poeng for å klare 1 - 2 av svarene på oppgave 1

Det gis 1 poeng for å klare 3 - 5 av svarene på oppgave 1

Det gis 2 poeng for å klare hele oppgave 1

Det gis 2 poeng for å klare oppgave 2

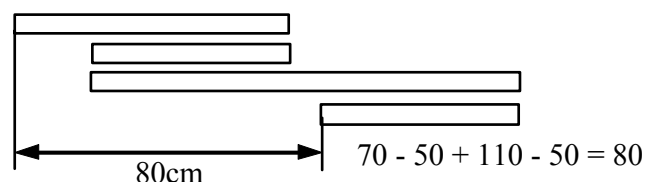
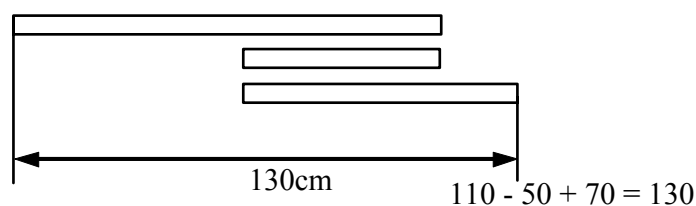
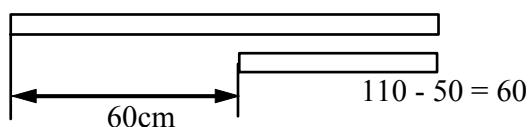
Det gis 3 poeng for å klare oppgave 3

Maksimalt kan deltagerne oppnå 7 poeng.

Oppgave 3

Løsninger:

Figuren under viser hvordan løsningene kan gjøres. Det finnes imidlertid flere måter å gå fram på for å komme fram til svarene:



Retningslinjer for poengberegning:

Deltagerne har klart å måle opp en av lengdene gir 1 poeng

Deltagerne har klart å måle opp to av lengdene gir 2 poeng

Deltagerne har klart å måle opp tre av lengdene gir 5 poeng

For å få godkjent maksimalskår så må de kunne vise grafisk hvordan de er kommet fram til svaret.

Maksimalt kan deltagerne oppnå 5 poeng.

Oppgave 4

Løsning:

Løsninger på eksemplet er 671, 471, 531, 171 og 153 (det kan også være flere løsninger).

Retningslinjer for poenggivning:

1 poeng for hvert riktig tall i oppgaven.

Maksimalt kan deltagerne oppnå 5 poeng

Oppgave 5

Løsninger:

Metode 1: (Maks. 8 målinger)

Deltagerne sammenligner vekta til en og en boks ved hjelp av skålvekta. Denne framgangsmåten vil maksimalt trenge 8 målinger, minimalt 1 dersom en har flaks. Dvs. dersom en skal **være 100% sikker** på å finne hvilken av boksene som er tyngst så krever denne framgangsmåten minimum 8 veiinger.

Metode 2: (Maks. 3 målinger)

Deltagerne setter 4 bokser på den ene skåla og fire på den andre. En boks blir stående igjen på bordet. Dersom skålvekta balanserer vil den som står på bordet være den tyngste. Dersom den ene siden bikker over finnes den tyngste boksen blant disse.

Om det siste er tilfellet deles de fire i to grupper, hvoretter to og to bokser settes på hver sin side av skålvekta. På den måten bestemmes i hvilken toergruppe den tyngste boksen befinner seg i.

Tilslutt deles den tyngste toergruppen i to og en boks settes på hver side av skålvekta.

Metode 3 (Maks 2 målinger)

De 9 boksene deles igrupper på 3 og 3. Den ene treergruppen settes på den ene siden av vekta og den andre settes på den andre siden, mens den tredje gruppen blir stående igjen på bordet. Dersom vekta balanserer befinner den tyngste boksen seg i treergruppen på bordet. Dersom den er blant boksene som veies vil resultatet av veiingen fortelle hvilken side boksen befinner seg i.

Vi vet nå hvilken treergruppe den tyngste boksen befinner seg i. Vi velger nå ut to av boksene som vi setter på hver side av skålvekta. Dersom denne balanserer vet vi at boksen på bordet er tyngst. Dersom den ikke balanserer vil resultatet av målingen fortelle hvilken boks som er tyngst.

Retningslinjer for poengberegning:

Deltagerne har brukt 4 - 8 målinger og får 1 poeng

Deltagerne har brukt 3 målinger og får 2 poeng

Deltagerne har brukt 2 målinger og får 4 poeng

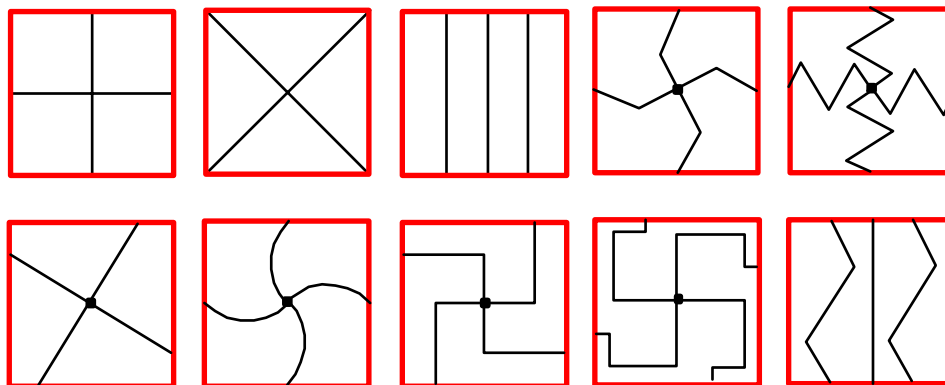
Deltagerne må, for å få poeng, beskrive framgangsmåten tilfredstillende både skriftlig og muntlig ved hjelp av skålvekten.

Maksimalt kan deltagerne oppnå 4 poeng.

Oppgave 6

Løsning:

Det finnes uendelig mange løsninger på denne oppgaven, imidlertid kan det være noe vanskelig å oppdage teknikken. Etter at en har funnet de mest opplagte, blir det straks noe vanskeligere før det igjen løsner.



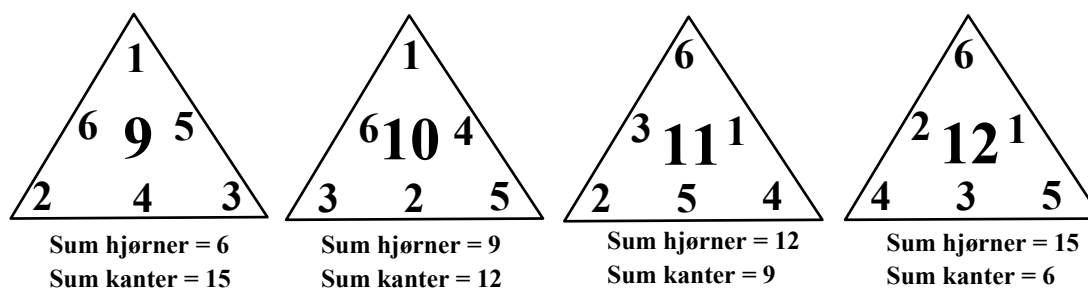
Retningslinjer for poenggivning:

1. Det laget som har laget flest forskjellige og riktige delinger har vunnet og får 5 poeng
 2. Det laget som har fått nest flest måter å dele kvadratet på får 3 poeng
 3. Det laget som har funnet færrest måter å dele kvadratet på får 1 poeng
 4. Dersom to lag har funnet like mange utdeles like mange poeng
- Maksimalt kan deltagerne oppnå 5 poeng.

Oppgave 7

Løsning:

Figuren under viser løsningen. Løsningen kan selvfølgelig dreies mot høyre eller venstre.



Legg merke til at summen langs sidene økes ved å øke summen av hjørnene på bekostning av summen av kantene.

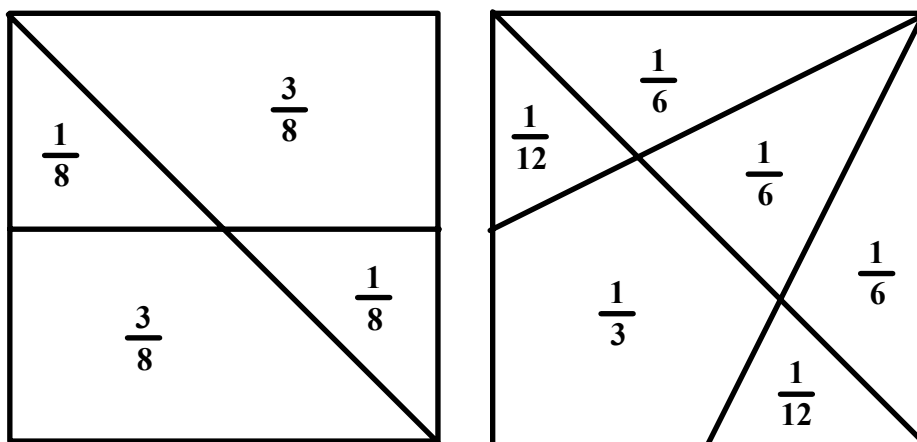
Retningslinjer for poenggivning:

- 2 poeng Alle siden i 9'er trekanten er riktig
- 2 poeng Alle siden i 10'er trekanten er riktig
- 2 poeng Alle siden i 11'er trekantenet er riktig
- 2 poeng Alle siden i 12'er trekanten er riktig

Maksimalt kan deltagerne oppnå 8 poeng.

Ekstraoppgave

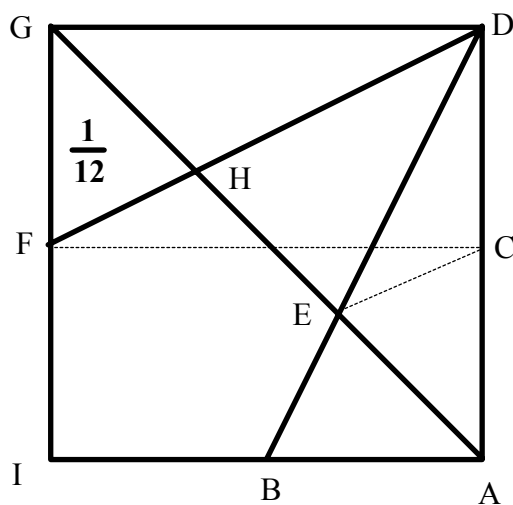
Løsninger:



Kvadratene over viser løsningen.

Det kan være litt vanskelig å vise at hver av trekantene i øvre halvdel av kvadratet til høyre er $1/6$ av arealet. Det tillates derfor at elevene bruker en lineal.

På figuren under det vist hvordan en kan komme fram til svaret.



$\triangle ABE$ og $\triangle ACE$ er kongruente da vinkel $BAE =$ vinkel CAE , sidene $BA=CA$ og siden AE er felles. Videre er arealet av $\triangle ACE$ lik arealet av $\triangle ECD$ siden de har like lang grunnlinje og samme høyde. Dermed vil trekantene $\triangle ABE$, $\triangle ACE$ og $\triangle ECD$ ha samme areal og ha $1/3$ av arealet av $\triangle BAD$ som er $1/4$ av arealet av kvadratet. Arealet av hver av trekantene $\triangle ABE$, $\triangle ACE$ og $\triangle ECD$ er da lik $1/3 \cdot 1/4 = \underline{1/12}$ av arealet av kvadratet. Dvs at arealet av $\triangle AED = 1/12 + 1/12 = \underline{1/6}$. Vi vet også at $\triangle GHD$ og $\triangle AED$ er kongruente pga symmetrier og lik $1/6$. Vi vet at arealet av $\triangle AGD$ er lik $1/2$. Vi kan da beregne arealet av $\triangle EHD$ lik $1/2 - 1/6 - 1/6 = 3/6 - 1/6 - 1/6 = \underline{1/6}$. Vi har videre funnet at arealet av $\triangle ABE = 1/12$, hvilket betyr at arealet av $\triangle GFH = \underline{1/12}$. Vi kan da beregne arealet av femkanten $IBEHF = 1/2 - 1/12 - 1/12 = 6/12 - 1/12 - 1/12 = 4/12 = \underline{1/3}$.

Retningslinjer for poengberegning

Dette er en noe vanskelig oppgave og kan skille lagene. Det betyr at maksimal poengsum kan være noe høyere f.eks. 6 poeng for fullt hus.

2 poeng for å klare kvadratet til venstre

4 poeng for å klare kvadratet til høyre

Ellers fordeles poengene etter hvor mange brøker de har klart å fylle ut.

Maksimalt kan deltagerne oppnå 6 poeng.

”Straffekonk”

1. 6 dager
2. 2 kg
3. 5 øre
4. 28 håndtrykk
5. 1904

Finaleoppgaver 2002

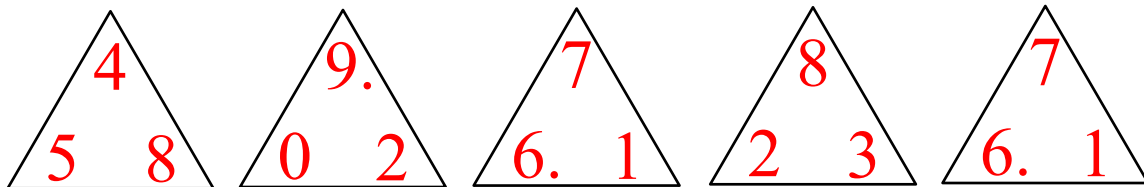
Oppgave 1: Trimonobrikker

Utstyr:

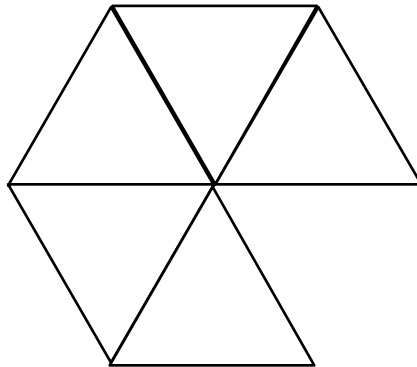
3x5 Trimonobrikker i plast
3 Oppgave/svarark
Presentasjonsark (overhead) for publikum
Aktivitetsark for publikum

Beskrivelse:

Hvert lag får utlevert 5 Trimonobrikker. Trimonobrikkene er likesidetetrekanter med tall i alle tre hjørnene.



Brikkene skal legges inntil hverandre slik at en eller flere av sidene i hele sin lengde ligger langs siden til en av de andre brikkene.



$$1+7 \times 2 + 0 \times 4 + 5 \times 2 + 3 \times 6 + 1 + 6 \times 9 + 9 \times 8 + 8 \times 8 + 8 \times 7 = \\ 1 + 14 + 0 + 10 + 18 + 1 + 54 + 72 + 64 + 56 = 290$$

Deltagerne skal legge brikke slik at de kommer fram til størst mulig sum av produkter. Reglene er slik:

- Tall som ligger inntil hverandre multipliseres
- Tall som ligger på et hjørne for seg selv teller sin egen verdi
- Alle verdiene skal så summeres

Eksempelet på figuren over gir:

$$1+7x^2 + 0x^4 + 5x^2 + 3x^6 + 1 + 6x^9 + 9x^3 + 3x^6 + 6x^7 = 185$$

Oppgaver:

Dere har fått utlevert 5 triminobrikker. Brikkene har et tall i hvert hjørne.

Dere skal nå legge brikkene side om side slik at dere får en **størst mulig sum** etter følgende regler:

- Tall som ligger inntil hverandre multipliseres
- Tall som ligger på et hjørne for seg selv teller sin egen verdi
- Alle verdiene skal så summeres

Besvarelsen skal tegnes av og summen av produkter skrives opp.

Oppgaven skal løses på 4 minutter

Publikumsaktivitet:

Publikum følger med deltagerne, brikkene med verdier legges på overhead slik at de på et eget ark kan tegne opp ulike kombinasjoner.

.

Oppgave 2: Brikker på et brett

Utstyr:

3 store 8x8 rutebrett (hver rute 8x8cm)

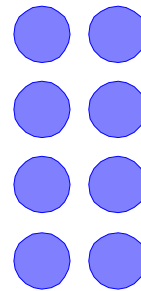
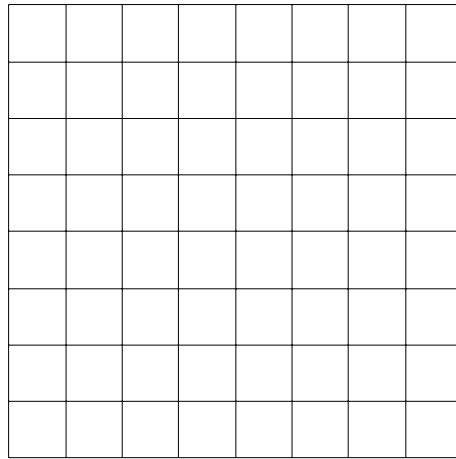
24 store brikker

3 Oppgave/svarark

Publikumsark

Beskrivelse:

Deltagerne får utlevert 8 runde brikker som skal plasseres på et brett med 8x8 ruter etter følgende regler.



8 brikker

1. Det skal ligge bare en brikke i hver rute.
2. Hver rad skal bare ha en brikke
3. Hver kolonne skal bare ha en brikke
4. Det skal ikke ligge brikker på noen av diagonalene
5. Ingen brikker skal kunne nå en annen brikke ved å bevege seg diagonalt på brettet fra sin posisjon.

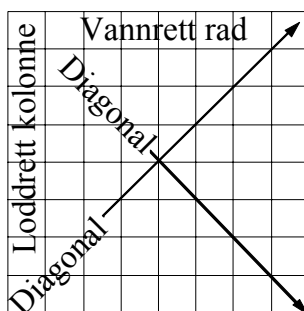
Oppgaver:

Dere har fått et brett med 8x8 ruter og 8 brikker. Legg brikkene slik at de oppfyller flest mulig av følgende regler.

Plasser brikkene slik at:

1. det bare er en brikke i hver rute
2. det ligger bare en brikke i hver vannrett rad
3. det ligger bare en brikke i hver loddrett kolonne
4. ingen brikker ligger på de to diagonalene
5. ingen brikke kan nå en annen brikke ved å bevege seg diagonalt på brettet fra sin posisjon

På figuren under er det vist hva som menes med kolonner og rader og diagonaler:



Oppgaven skal løses på 4 minutter

Publikumsaktivitet:

Publikum får utdelt et ark med mange rutebrett hvor de kan krysse ut ruter for å tilfredstille kravene

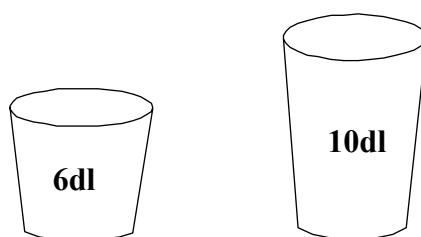
Oppgave 3: Med bare 8 kr. i ørkenen

Utstyr:

3 stk 10 dl målebeger
3 stk 6 dl målebeger
3 stk mugger med rød saft
3 stk Oppgave/svarark
Presentasjonsark (overhead) for publikum

Beskrivelse:

Deltagerne får utlevert to målebeger. Et på 6dl og et på 10dl pluss en mugge med 1.5liter vann. Ved hjelp av de to målebegerene skal deltagerne måle opp akkurat 8 dl vann i 10dl målebegeret. Det er lov å tømme tilbake i mugga under veis:



Oppgaver:

Du befinner deg i ørkenen og kjenner tørsten bli værre og værre. Da med ett får du se en oase og du får nye krefter. Det koster deg dine siste krefter å streve deg fram til en liten kiosk som er plassert ved bredden av oasen. Der er det mulig å kjøpe 6dl glass og 10dl glass med vann. 6dl glasset koster 6 kr og 10dl glasset koster 10kr. Du har akkurat 8kr og vil ha mest mulig vann. Du ber derfor om å fylt 8dl i et 10 dl glass.

1. Mål opp 8dl i 10dl-glasset ved hjelp av de to måleglassene og mugga
2. Beskriv framgangsmåten

Oppgavene skal løses på **4 minutter**.

Publikumsaktivisering:

Publikum kan følge med deltagerene når de løser oppgaven.

Oppgave 4: Veiling med standardiserte vekter

Utstyr:

3 * Skålvekker
3 * 30g lodd
3 * 50g lodd
3 * 90g lodd
3 * 80g plastposer med sukker/sand (A)
3 * 170g plastposer med sukker/sand (B)
3 * 20g plastposer med sukker/sand (C)
3 * 70g plastposer med sukker/sand (D)
3 * 10g plastposer med sukker/sand (E)
3 * 110g plastposer med sukker/sand (F)
3 * Oppgave/svarark
Presentasjonsark (overhead for publikum)

Beskrivelse:

Deltagerne skal ved hjelp av en skålvekt og tre lodd på henholdsvis 30g, 50g og 90g bestemme vektene på en rekke ukjente vekter. Oppgaven løses ved vekselvis å sette loddene på høyre eller venstre side av vekten.

Oppgaver:

Dere har fått utlevert ei skålvekt med tre lodd som veier 30g, 50g og 90g. Dere skal bestemme vekten på en rekke gjenstander ved hjelp av skålvekten og de tre loddene.

Dere vil få utdelt en og en gjenstand og skal notere resultatet og på hvilken side dere plasserte loddene.

Gjenstand	Vekt i gram	Høyre side	Venstre side
A			
B			
C			
D			
E			
F			

Det gis 1 poeng for hver riktig gjenstand dere finner riktig vekt på.

Oppgaven skal løses i løpet av **5 minutter**.

Tilleggsoppgave:

Ikke alle gjenstander kan veies med de tre vektene dere har fått utlevert. Hvilke av følgende vekter kan ikke veies med loddene dere har fått utdelt? Sett kryss.

10g	20g	30g	40g	50g	60g	70g	80g	90g	100g	110g	120g	130g	140g	150g	160g	170g

Publikumsaktivisering:

Observerer hva deltagerne foretar seg.

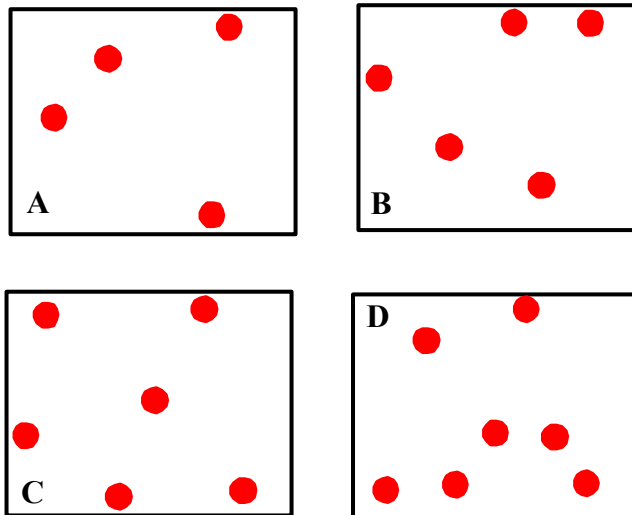
Oppgave 5: Gjerdene

Utstyr:

3x4 plansjer
3x12 blomsterpinner
3 Oppgave/svarark
Presentasjonsark (overhead) for publikum
Aktivitetsark for publikum

Beskrivelse:

Deltagerne får utdelt tre blomsterpinner, en linjal og fire plansjer med prikker. Ved hjelp av blomsterpinnene skal de eksperimentere med å legge inn tre rette “gjerder” slik at området deles i områder. I hvert område skal det befinne seg en prikk og det skal ikke finnes områder som ikke har prikk.



Oppgaver:

Dere har fått utdelt tre blomsterpinner, og fire plansjer med henholdsvis 4, 5, 6 og 7 prikker. Oppgaven går ut på at dere ved hjelp av pinnene skal legge inn tre rette linjer slik at hver av de fire plansjene deles inn i områder hvor hvert område inneholder en, og kun en prikk. Pinnene kan krysse hverandre.

Oppgaven skal løses på 3 minutter

Publikumsaktivisering:

Publikum får utlevert plansjene slik at de kan trekke streker.

Oppgave 6: Utholmen fyr

Utstyr:

3x3 tablåer i relativt stort format

3x4 brikker som indikerer fyret, fyrvokterboligen, flaggstanga og gittermasta.

3 kart med øya og retningsangivelser, men uten landemerkene

3 Oppgave/svarark

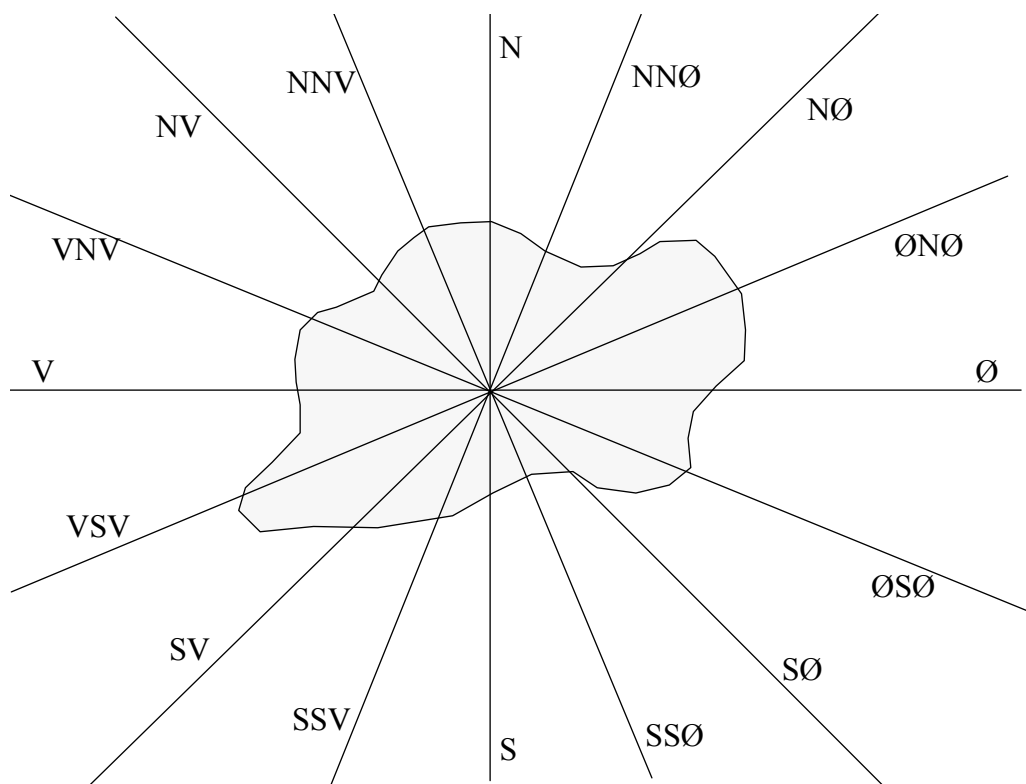
1 Svarkart for dommerne

Presentasjonsark (overhead for publikum)

Aktivitetsark for publikum

Beskrivelse:

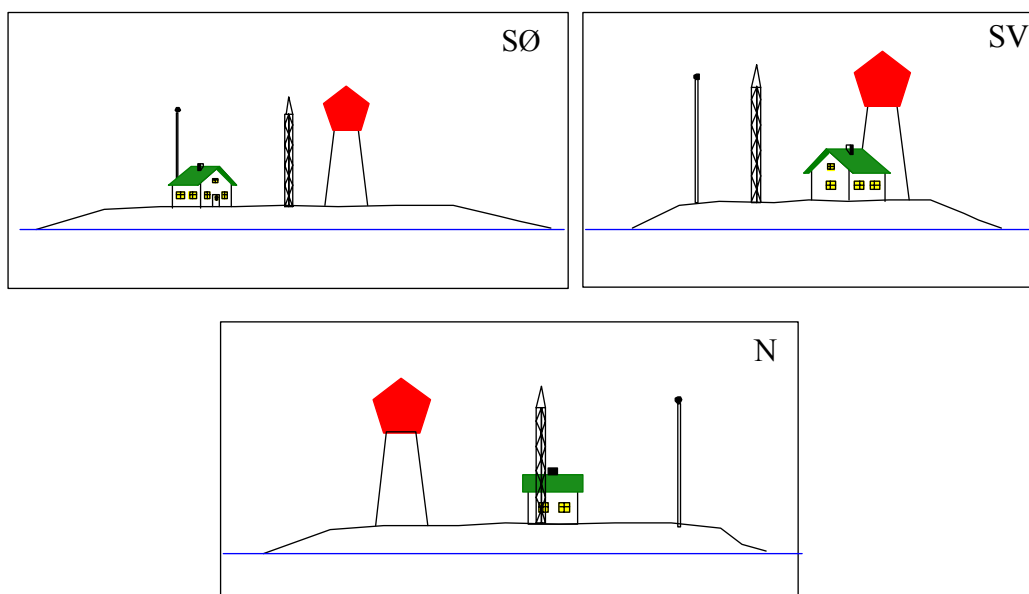
Deltagerne har fått utlevert et kart over Utholmen og tre bilder av holmen tatt fra fire forskjellige kompassretninger. Kartet er gammelt slik at hverken fyrlykta, fyrvokterens bolig, flaggstanga eller gittermasta er avmerket på kartet. Ved hjelp av de tre bildene skal de tegne inn plasseringen av de fire landemerkene.



Oppgaver:

Ute i havgapet finner vi Utholmen fyr på en flat holme. Utholmen ligger så langt til havs at det er vanskelig å se fastland fra en småbåt som befinner seg nær fyret. På Utholmen finner dere fyrlykta, fyrvokterboligen, en flaggstang og en gittermast for radio- og TV- antennen.

Dere har fått utlevert et gammelt kart hvor ingen av de fire landemerkene på holmen er avmerket. Dere reiser rundt øya og tar bilder fra tre kanter, sydøst (SØ), sydvest (SV) og fra nord (N). Ut fra disse tre bildene skal dere plassere de fire landemerkene mest mulig nøyaktig på kartet over øya.



Oppgaven skal løses på 4 minutter.

Publikumsaktivisering:

Publikum får utlevert kartet mens tablåene vises på overhead.

Ekstraoppgave: Lag tre regnestykker

Utstyr:

3 stk oppgaveark/svarark
3 stk oppgavesjablong for overhead
3 sett med tallene for overhead
Presentasjonsark (overhead for publikum)
Aktivitetsark for publikum

Beskrivelse:

Deltagerne får utlevert tallene fra 1 til 9 og skal legge alle disse tallene på plass i skjemaet under slik at de tre regnestykkene stemmer.

$$\begin{array}{rcccl} \square & + & \square & = & \square \\ \square & - & \square & = & \square \\ \square & \cdot & \square & = & \square \end{array}$$

Oppgaven har to løsninger og krever et sunt resonement for å komme fram til resultatet. Oppgaven kan evt. løses med gjennomslippt brikker på overheaden. Dersom deltagerne synes arbeid på overhead er vanskelig kan de ta brikkene ned på bordet for så å legge løsningen opp på overheaden når de mener å ha en løsning.

Oppgave:

Dere har fått utdelt tallene 1 til 9. Legge tallene inn i rubrikkene på skjemaet slik at de tre regnestykkene stemmer. Alle regnestykkene skal stemme og alle skal være lagt samtidig.

Publikumsaktivitet:

Publikum ser på deltagerne som arbeider på en overhead. Eller får utdelt ark som de selv kan fylle ut.

Fasit til finaleoppgavene 2002

Oppgave 1: Trimonobrikker

Løsning:

Siden løsningen skal dokumenteres og lett kan etterprøves er det ikke nødvendig for dommerne å kjenne det maksimale tallet.

Retningslinjer for poenggivning:

Laget med høyest sum får 5 poeng

Laget med nest høyest sum får 3 poeng

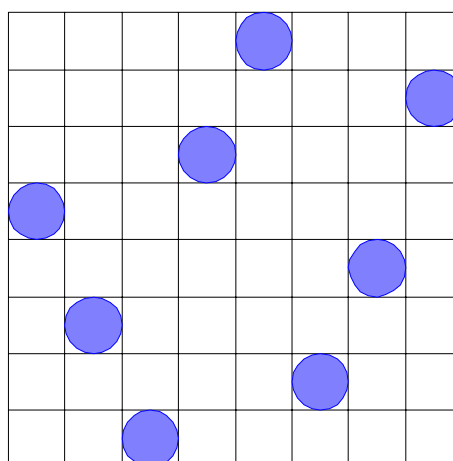
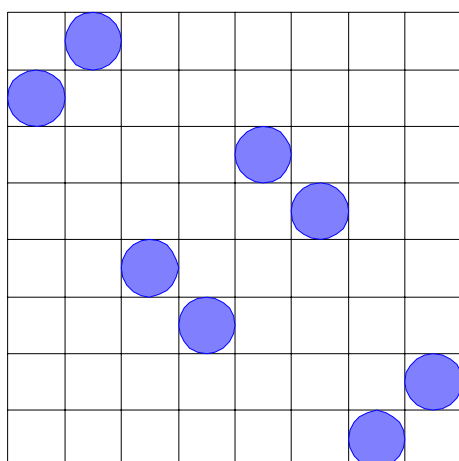
Laget med lavest poengsum får 1 poeng

Lag med samme sum deler poengene mellom seg, slik kan delt førsteplass gi 4 poeng til to lag og delt andreplass gi 2 poeng.

Oppgave 2: Brikker på et brett

Løsning:

De første 4 reglene kan oppfylles som vist til venstre på figuren under. Alle fem reglene kan oppfylles som vist til høyre på figuren under.



Oppgaven kan ha flere løsninger.

Retningslinjer for poenggivning:

1 poeng dersom de tre første reglene er oppfylt

3 poeng om reglene 1 til 4 er oppfylt

6 poeng om alle fem reglene er oppfylt

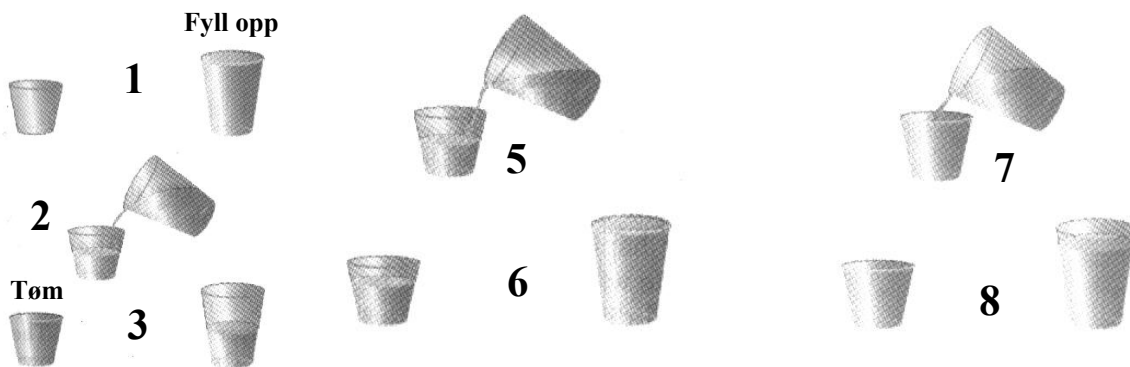
Oppgaven kan ha flere løsninger. Det er derfor viktig å sjekke alle besvarelser selv om de ikke ligner de foreslåtte.

Oppgave 3: Med bare 8 kr. i ørkenen

Løsninger:

En måte å løse oppgaven på er følgende:

1. Fyll 10dl-glasset med vann
2. Hell 6 dl over i 6dl-glasset
3. Det er nå 4 dl i gjen i 10dl-glasset
4. Tøm 6dl-glasset
5. Hell de 4dl over fra 10dl-glasset til 6dl glasset
6. Fyll opp 10dl-glasset
7. Fyll opp 6dl-glasset med 2dl fra 10dl-glasset
8. Det er nå 8dl igjen i 10dl-glasset



Retningslinjer for poengberegning:

Deltagerne gir en tilfredsstillende beskrivelse på framgangsmåten som gir 4 p. Dommerne bruker skjønn mht hvor mange poeng de enkelte lagene får.

Deltagerne har klart å måle opp 8dl +/- 0.1dl gir 2p

Deltagerne har klart å måle opp 8dl +/- 0.2dl gir 1p

Oppgave 4: Veiling med standardiserte vekter

Løsning:

Riktig løsning:

Gjenstand	Vekt i gram	Høyre side	Venstre side
A	8	$5 + 3$	8
B	17	$5 + 3 + 9$	17
C	2	5	$2 + 3$
D	7	$9 + 3$	$7 + 5$
E	1	9	$1 + 3 + 5$
F	11	$9 + 5$	$11 + 3$

Følgende vekter kan ikke veies med de loddene som er tildelt:

10g	20g	30g	40g	50g	60g	70g	80g	90g	100g	110g	120g	130g	140g	150g	160g	170g
									X			X		X	X	

Retningslinjer for poengberegning:

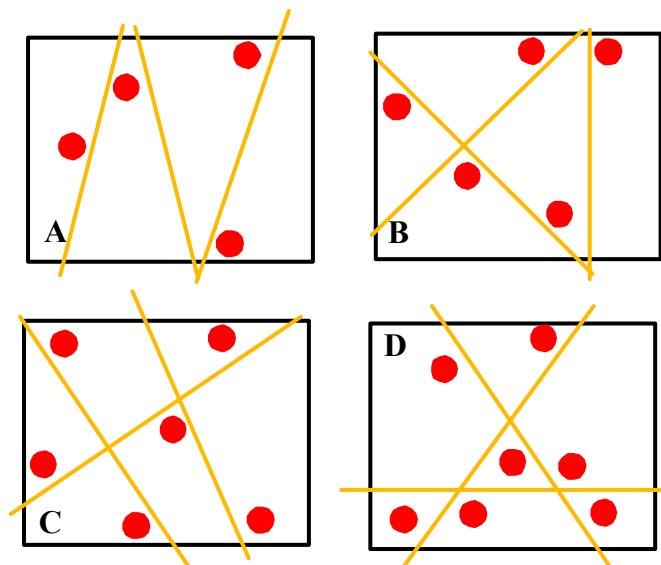
Det gis et poeng for hver gjenstand deltagerne finner riktig vekt på.

Det gis to ekstra poeng til de lagene som også klarer å bestemme de vektene som ikke er mulig å veie med de tre loddene.

Oppgave 5: Gjerdene

Løsning:

Følgende er mulige løsninger. Det er sannsynligvis mange flere løsninger.



Retningslinjer for poengberegning:

1 poeng for riktig A

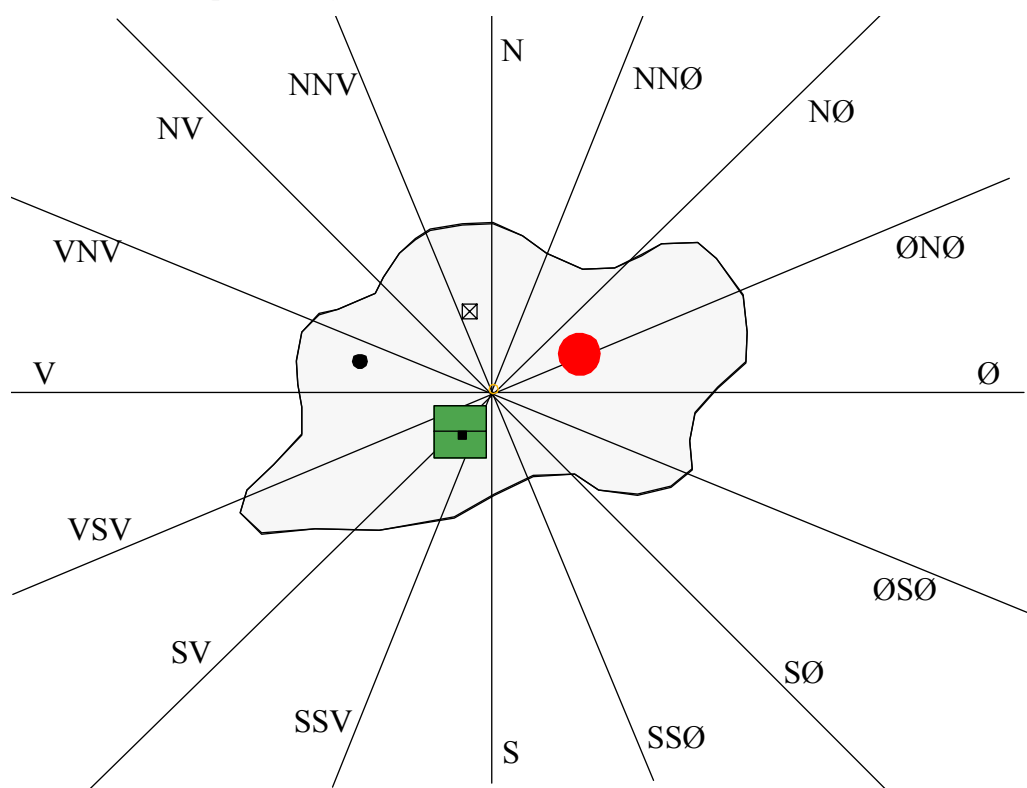
1 poeng for riktig B

2 poeng for riktig C

2 poeng for riktig D

Oppgave 6: Utholmen fyr**Løsning:**

Figurene under viser plasseringen av de fire landemerkene:

**Retningslinjer for poengberegning:**

Det gis to poeng for hvert riktig plassering. Dommerne bør bruke skjønn med hensyn til plasseringen. Dersom en ønsker å skille to meget tette lag kan en studere hvilken side av huset de har plassert pipa.

Ekstraoppgave:

Lag tre regnestykker

Løsning:

Følgende fire løsninger er mulige:

$$\boxed{4} + \boxed{5} = \boxed{9}$$

$$\boxed{7} + \boxed{1} = \boxed{8}$$

$$\boxed{8} - \boxed{1} = \boxed{7}$$

$$\boxed{9} - \boxed{4} = \boxed{5}$$

$$\boxed{2} \cdot \boxed{3} = \boxed{6}$$

$$\boxed{2} \cdot \boxed{3} = \boxed{6}$$

$$\boxed{4} + \boxed{5} = \boxed{9}$$

$$\boxed{7} + \boxed{1} = \boxed{8}$$

$$\boxed{8} - \boxed{7} = \boxed{1}$$

$$\boxed{9} - \boxed{5} = \boxed{4}$$

$$\boxed{2} \cdot \boxed{3} = \boxed{6}$$

$$\boxed{2} \cdot \boxed{3} = \boxed{6}$$

Retningslinjer for poengberegning:

Det laget som raskest har funnet en riktig løsning er vinner av ekstraomgangen. Når et lag mener at det har funnet riktig løsning kontrolleres svaret av dommerne. De øvrige lagene fortsetter. Om det første laget ikke har funnet riktig løsning kan de arbeide videre med oppgaven. Det er viktig at dommerne kontrollerer svaret uten at de øvrige lagene får innsyn i lagets løsning.

Om alle tre lagene deltar i ekstraomgangen. Fortsetter de to gjenværende lagene for å kåre 2 og 3 plassen.

Finaleoppgaver 2003

Oppgave 1 – Trekantmønster

Oppgave:

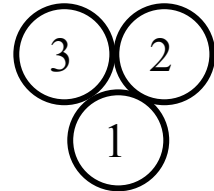
Dere får utdelt 10 sirkulære brikker med tallene fra 1-10.

Med 10 brikker kan vi lage trekanter med 3, 6 eller alle 10 kulene.

I en trekant med tre brikker får vi to rader, en rad med 1 brikke og en rad med 2 brikker.

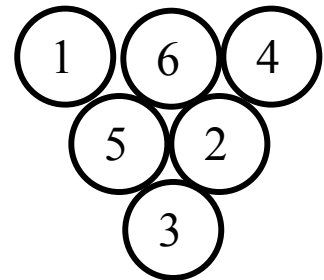
I en trekant med seks brikker får vi i tillegg en rad med 3 brikker.

I en trekant med 10 brikker, får den lengste raden 4 brikker.



Dere skal legge brikkene på en spesiell måte:

Verdien på en brikke skal være lik differansen (forskjellen) mellom de to brikkene som ligger like over. Systemet ser du på de to figurene til høyre.



Det fins flere løsninger med de seks brikkene som har verdi 1-6.

Finn minst én annen løsning med brikkene merket 1 til 6.

Det er også flere løsninger med ti brikker.

Finn minst en løsning med brikkene merket 1 til 10.

TID: 5 minutter

Publikumsaktiviteter:

Dette er en oppgave publikum også kan være med på, men de får ferdig trykte trekanter med tomme sirkler, blyant og viskelær.

Oppgave 2 – Hvem gjør hva?

Oppgave:

Bruk opplysningene til å finne hvilke personer som har de ulike jobbene i firmaet HYPERBEL.

Det er god hjelp å bruke skjemaet dere får utlevert til å krysse av hva de forskjellige personene IKKE kan være.

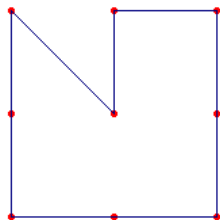
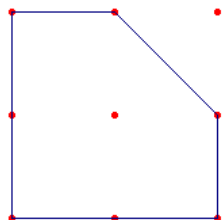
1. Fredrik og nestsjefen drar ofte på fisketur sammen.
2. Adrian, Susanne, sjefen og IT-ansvarlige gikk alle på samme universitet.
3. Jon og sekretæren er like gamle.
4. Sam og regnskapsføreren er naboer med sjefen.
5. Adrian og Sam overrasket nestsjefen på fødselsdagen hans.
6. Jon, Fredrik og sjefen er glad i bowling.
7. IT-ansvarlige er i slekt med Fredrik.
8. Susanne og regnskapsføreren er naboer.
9. Jon og IT-ansvarlige gikk i videregående skole sammen.
10. Jon, Adrian og markedsføreren liker å se basketball.
11. Susanne og nestsjefen er glad i å lese spenningsbøker.
12. Adrian, Susanne og sekretæren spiller bridge sammen.

Tid: 5 minutter

	Jon	Sus- anne	Fred- rik	Adr- ian	Ma- rit	Sam
Sjef						
Nestsjef						
Markedsfører						
Sekretær						
Regnskapsfører						
IT-ansvarlig						

Oppgave 3 – Mangekanter

Oppgave:



Begge disse mangekantene er laget på et geobrett med 3x3 pinner.

Mangekanten til venstre har 1 pinne inni figuren og en utenfor.

Mangekanten til høyre har 0 pinner inni og 0 utenfor.

På et geobrett med 4x4 pinner skal dere lage mangekanter der det er like mange pinner inni mangekanten som utenfor.

- A) Lag en mangekant med fire pinner inni og fire utenfor.
- B) Lag en mangekant med tre pinner inni og tre utenfor.
- C) Går det an å lage mangekanter med 1, 2 og 5 pinner inni og utenfor? Vis en løsning hvis den finnes, og gi en forklaring hvis det ikke er mulig.

Tid: 4 minutter.

Publikumsaktivitet:

Dette er en oppgave publikum også kan være med på. Publikum får prikkark.

Oppgave 4 – Reptiler

Utstyr:

Elevenes får utdelt 16 kopier av hver brikke. Brikkene er:

- likesidet trekant
- rombe
- trapes satt sammen av tre likesidete trekanter
- regulær sekskant
- et tetrimino i T-form (tre kvadrater på toppen og et i midten under)

Publikum får et ark med alle figurene tegnet på. De kan prøve å tegne løsningene.

Oppgaver:

En puslebrikke (engelsk:tile) kalles en **reptil** (reptile) hvis et antall av den samme brikken kan brukes til å lage en forstørret kopi formlik med den første.

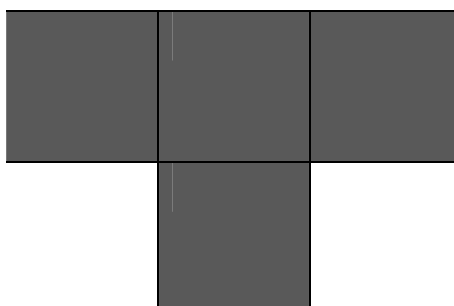
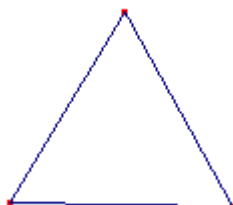
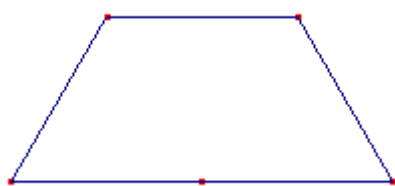
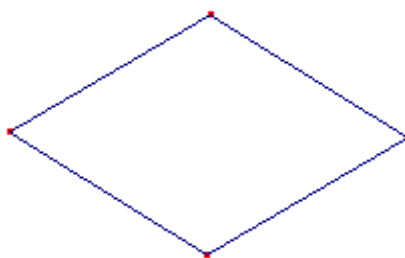
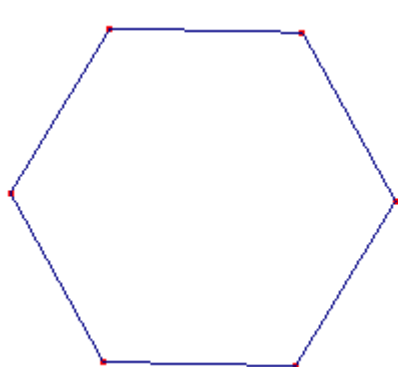
Dere får utdelt et antall kopier av seks ulike brikker.

Undersøk hvilke av brikkene some er reptiler. Vis hvordan de lages.

La den korteste siden i en puslebrikke være en lengdeenhet. Hvor mange brikker trengs det for å lage en kopi med sider lik 2, 3, ... n lengdeenheter?

En av reptilene finnes bare i helt spesielle forstørrelser. Hvilken er det?

Tid: 5 minutter



Oppgave 5 – Formasjonsflyging

Utstyr: Elevene får utlevert 8 fly med magnetstripe.

Oppgave:



Lederen for ”Røde piler” var alltid på utkikk etter nye formasjoner. Etter en idé-dugnad fant de ut hvordan to rader med fem fly i hver rad kunne endres til en formasjon der det var fem linjer med fire fly i hver linje.

Hvordan kan den formasjonen se ut?



Formasjonsendringen kan foregå på mange måter. Av sikkerhetshensyn er det best at flest mulig fly beholder sin plass, og at så få som mulig må finne en ny plass.

Hvor mange fly kan beholde plassen sin, og hvordan skjer da formasjonsendringen?



Ekstraoppgaver

Elevene får utdelt tallbrikker påført tallene

5, 8, 10 og 40

og tre brikker med operasjonene

+ - · :

Tallene skal plasseres på linjene, og symbolene imellom, slik at regnestykkene stemmer.

$$\underline{\hspace{2cm}} \quad \underline{\hspace{2cm}} \quad \underline{\hspace{2cm}} = 9$$

$$\underline{\hspace{2cm}} \quad \underline{\hspace{2cm}} \quad \underline{\hspace{2cm}} = 13$$

$$\underline{\hspace{2cm}} \quad \underline{\hspace{2cm}} \quad \underline{\hspace{2cm}} = 16$$

$$\underline{\hspace{2cm}} \quad \underline{\hspace{2cm}} \quad \underline{\hspace{2cm}} = 3$$

$$\underline{\hspace{2cm}} \quad \underline{\hspace{2cm}} \quad \underline{\hspace{2cm}} = 7$$

$$\underline{\hspace{2cm}} \quad \underline{\hspace{2cm}} \quad \underline{\hspace{2cm}} = 0$$

$$\underline{\hspace{2cm}} \quad \underline{\hspace{2cm}} \quad \underline{\hspace{2cm}} = 10$$

$$\underline{\hspace{2cm}} \quad \underline{\hspace{2cm}} \quad \underline{\hspace{2cm}} = 1$$

$$\underline{\hspace{2cm}} \quad \underline{\hspace{2cm}} \quad \underline{\hspace{2cm}} = 25$$

Ekstraoppgave 2 – Kvadratiske hull

Oppgaver:

Gruppene får utlevert 32 pappkvadrater.

Dere skal bygge kvadrater av ulike størrelser, slik at hvert kvadrat har ett kvadratisk hull.

Dere får nye poeng for nye løsninger.

Fasit til finaleoppgaver 2003

Oppgave 1

Løsningsforslag:

Den enkleste løsningen med 6 brikker, er kanskje å la 5 bytte plass med 1 og 2 med 4. Da blir løsningen:

5 6 2
1 4
3

Med 10 brikker er det flere løsninger. En av dem er:

9 10 3 8
1 7 5
6 2
4

Oppgave 2

Løsning:

I tabellen har vi satt inn hvilke opplysninger som utelukker de ulike yrkene. Da ser vi at Adrian er nødt til å være regnskapsfører.

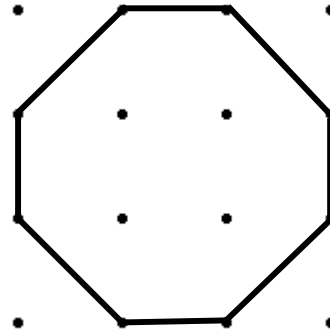
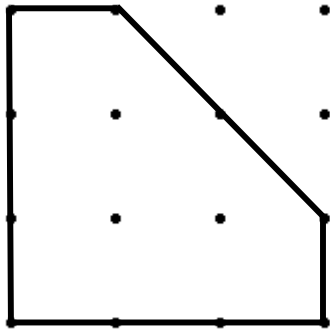
Men da kan ingen av de andre være regnskapsfører. Dette er markert med x.

Da må Jon være nestsjef, merket OK2. Da kan ikke Marit være det.

Susanne er markedsfører. Da er ikke Fredrik, Marit eller Sam det. Merket Y.

Da må Fredrik være sekretær. Det kan da ikke Marit eller Sam være. Merket Z.

Sam er derfor IT-ansvarlig og Marit må være sjef.



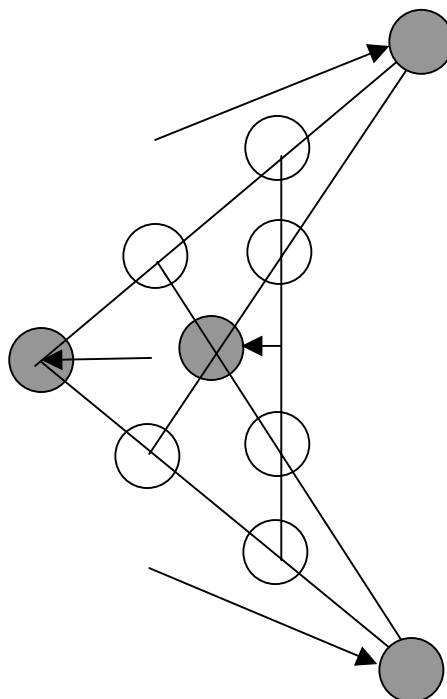
Oppgave 4

Løsning:

Alle unntatt 6-kanten er reptiler. T-formen må firedobles for å bli reptil. De andre dobles. Trapeset er reptil bare fordi det er satt sammen av tre likesidete trekanter. Det trengs n^2 brikker for å lage kopier med korteste side lik n lengdeenheter.

Oppgave 5

Løsningsforslag:



Ekstraoppgave

Løsningsforslag:

$$40:10+5=9$$

$$10+8-5=13$$

$$10:5\cdot 8=16$$

$$5+8-10=3$$

$$10-8+5=7$$

$$5\cdot 8-40=0$$

$$10:5+8=10$$

$$5-40:10=1$$

$$40-10-5=25$$

Ekstraoppgave 2

Løsningsforslag:

Det kan gjøres på to måter:

Et 9x9 kvadrat med et 7x7 hull i. $81 - 49 = 32$

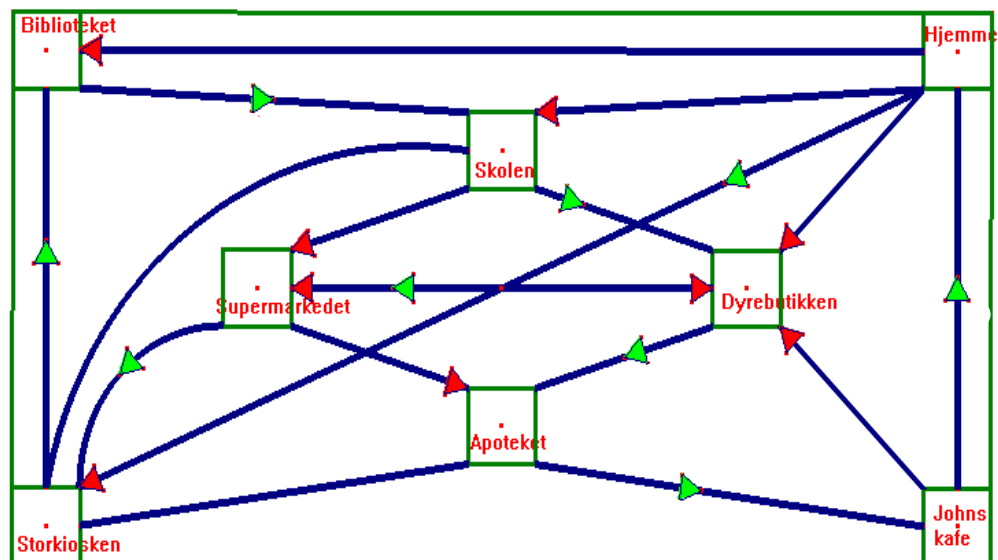
Et 6x6 kvadrat med et 2x2 hull i. $36 - 4 = 32$

Nordisk Finale 2003

Oppgave 1: Shopping

Utstyr: En model i tre av hus og gater.

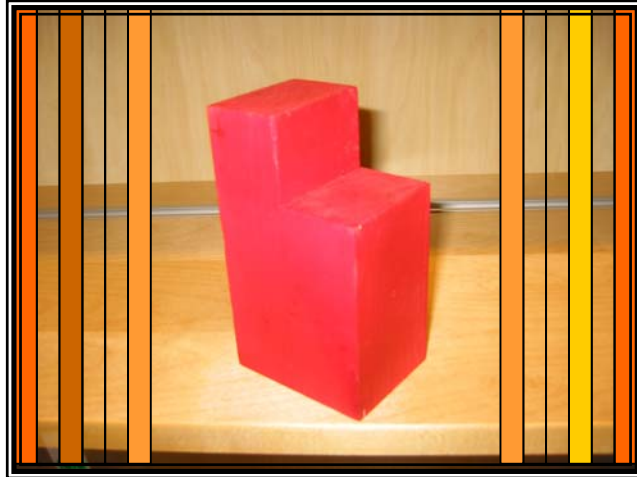
Oppgave: Suzanne og vennen hennes skal innom mange steder i byen. De bruker et bykart for å planlegge turen, og de skal innom alle stedene på kartet. På grunn av enveiskjøringer, er det bare en rute de kan velge hvis de skal innom alle stedene kun en gang. De starter hjemmefra. I hvilken rekkefølge skal de gå til de ulike stedene for til slutt å ende opp hjemme?



Det er forbudt å gå mot rød pil, mens det er tillatt å gå med grønn pil!

Oppgave 2: Treklossen

Utstyr: En rødmalt trekloss. Linjal med tommer. Svarark.



Oppgave: Treklossen dere har fått er satt sammen av to mindre klosser. Alle åtte flatene på klossen er malt røde. Målene er: 6cm x 8cm x 10cm på den største delen og 6cm x 4cm x 4cm på den minste delen. Hvis vi kutter treklossen i 576 små kuber på 1cm x 1cm x 1cm,

hvor mange av disse ville ha rød maling på minst en side?

Hvor mange er malt på nøyaktig

- en side?
- to sider?
- tre sider?

Oppgave 3: Gull – lenken

Utstyr: En lenke av 129 gyldne binders.

Oppgave: Sønnen til en rik gullsmed forlot hjemmet da faren døde. Alt han hadde med seg var en gull-lenke med 129 ledd. Han leide en leilighet I sentrum av byen. Hver uke skulle han betale en lenke av gullkjedet i leie.

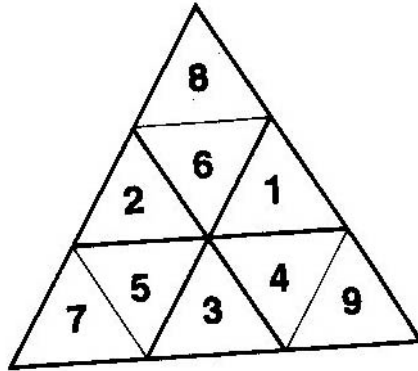
Huseieren sa at hun ville ha et ledd i lenken i leie etter den første uka, to ledd i lenket ved slutten av den andre uka, tre ledd ved slutten av tredje uke, og så videre.

Sønnen skjønnte at han måtte kutte ledd av gullenken for å betale husleien. Hvis han ville leie stedet i 129 uker, **hva var det minste antall ledd han måtte kutte, og hvor lange ville de ulike lenkene være?** Han kunne ta tilbake ledd fra tidligere uker så lenge huseieren alltid hadde n ledd etter n uker.

Oppgave 4: Trekantede tallbrikker

Utstyr: Transparent med en likesidet trekant satt sammen av 9 små likesidede trekanter, 9 plastbrikker for OH med tallene 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 og 9. Svarark med trekanter.

Oppgave:



Nina og Mads hadde et sett med trekantede tallbrikker med tallene fra 1 til 9. De laget en stor trekant ved å bruke alle ni tallbrikkene, da Nina sa: Se, hvis vi ser på mindre trekanter av fire brikker, vil summen av tallene på brikkene hver gang bli 17.

De begynte ivrig å flytte rundt på brikkene for å finne slike mønster med brikkene plassert på andre måter i den store trekanten.

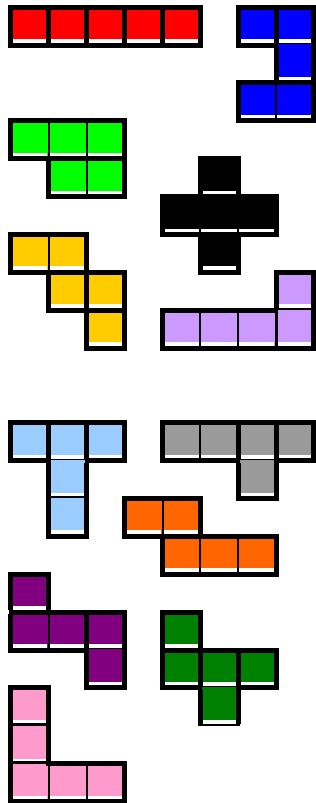
De fant mange forskjellige trekanter der de tre hjørnetrekantene hadde samme sum, men ikke alltid 17.

Hvor mange plasseringer og summer kan dere finne? Vis dem og forklar!

Oppgave 5: Rektangler av pentominobrikker

Utstyr: Et sett pentominoer.

Oppgave: Ved å bruke de tolv ulike pentominobrikkene, kan man lage rektangler av tre eller flere av dem (det er ikke tillatt med hull).



Lag så mange rektangler dere kan. Dere har lov til å bruke hver pentomino i ulike rektangler, men **pass på å notere ned løsningene.**

- Kan noen av rektanglene være kvadrater?
- Er det mulig å lage et kvadrat eller rektangel av alle pentominobrikkene? Forklar.

Oppgave 6: Hvorfor blir det sånn?

Utstyr: 4 grønne og 4 rød terninger. En boks med ulike typer spillterninger.

Oppgave: Alle deltakerne får to terninger hver, en rød og en grønn. Konkurransелеderen ber alle om å kaste terningene en gang. Så skal de gjøre følgende:

1. Multipliser tallene som terningene viser.
2. Multipliser tallet på den røde terningen med tallet som den grønne terningen hviler på.
3. Multipliser tallet som den røde terningen hviler på med tallet på den grønne terningen.
4. Multipliser tallet som den røde terningen hviler på med tallet som den grønne terningen hviler på.
5. Finn summen av svarene i 1, 2, 3 og 4.

Forklar hva som skjer og hvorfor.

Ekstraoppgave: Frisk frukt fra markedet

Utstyr: 22 5-kroner og en centicubes som skal illudere ulike typer frukt.

Oppgave: Anne og moren hennes brukte 110 kr på markedet. De kjøpte 31 frukter til familien. De kjøpte minst en av hver slags frukt, så de fikk en passé blanding. Beløpet de brukte på hvert fruktslag var et multiplum av 5 kr.

- De brukte mest på pærer.
- Alle appelsinene kostet det same som alle sitronene.
- De kjøpte bare en ananas, siden det kunne hele familien dele. Den kostet halvparten så mye som alle pærene.
- De brukte like mye på grapefrukt som på epler, men fikk en grapefrukt mer enn epler.

Hvor mange kjøpte de av hver frukt?

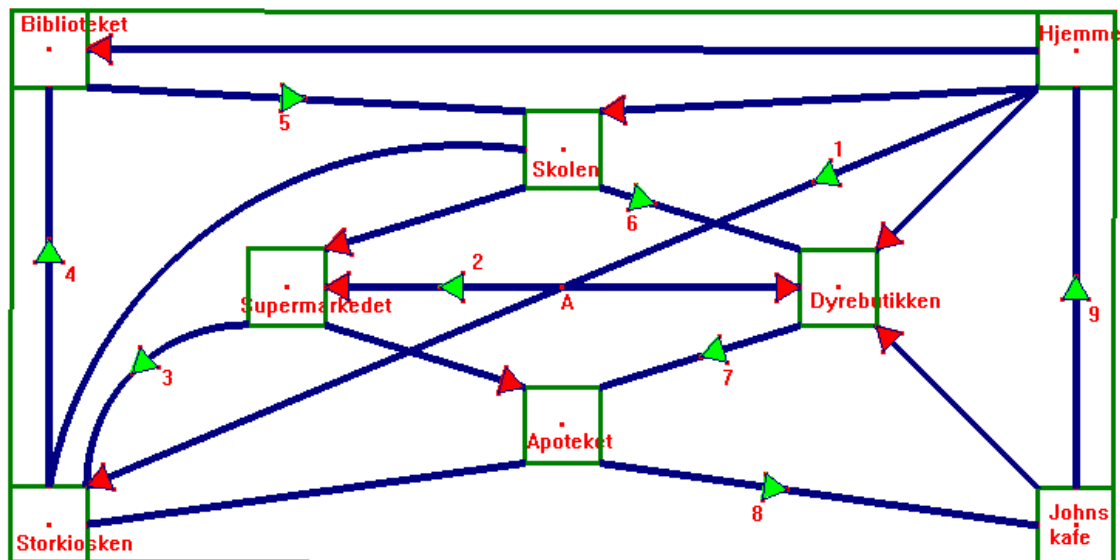
1. SHOPPING

At the intersection A there is a sign telling that you may change direction at this point. This is not possible at the other intersections. You will find this on the model you are given.

The red triangles show that you are not allowed to leave the place on that road.

The green triangles show how you can walk.

One solution is given by the numbers on the roads.



2. THE WOODEN BLOCK

small cubes with no paint

$$4 \times 6 \times 8 + 2 \times 2 \times 4 + 1 \times 2 \times 4 + 1 \times 3 \times 4 = \\ 192 + 16 + 8 + 12 = 228$$

small cubes with paint

$$576 - 228 = \underline{348}$$

cubes with one red face:

$$4 \times 8 + 4 \times 3 + 4 \times 3 + 4 \times 2 + 4 \times 12 + 4 \times 6 + \\ 2 \times (6 \times 8 + 3 + 2 \times 3) = \underline{250}$$

cubes with two red faces:

$$5 \times 4 + 2 \times 8 + 2 \times 3 + 2 \times 12 + 2 \times 6 + 2 \times 3 + \\ 2 \times 2 = \underline{88}$$

cubes with three red faces:

$$\underline{10}$$

3. THE CHAIN

The son will need four cuts.

He cuts link number 6, 17, 38 and 79.

Then he has
 four single links,
 one of length 5,
 one of length 10,
 one of length 20,
 one of length 40 and
 one of length 50.

Day	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
links	1	1+1	1+1+1	1+1+1+1	5	5+1	5+1+1	5+1+1+1	5+1+1+1+1	10	10+1

Day	12	13	14	15		30	...	100			
links	10+1+1	10+1+1+1	10+1+1+1+1	10+5		20+10		50+40+10			

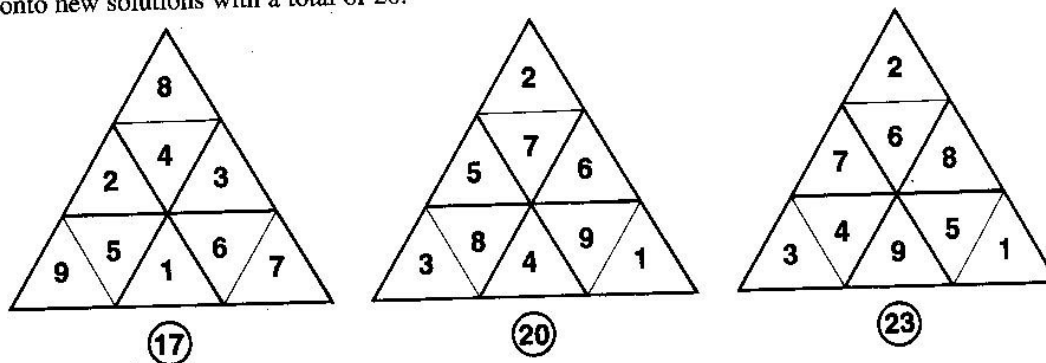
Day	126		129
links	50+40+20+10+5+1		50+40+20+10+5+1+1+1+1

4. TRIANGULAR NUMBER TILES

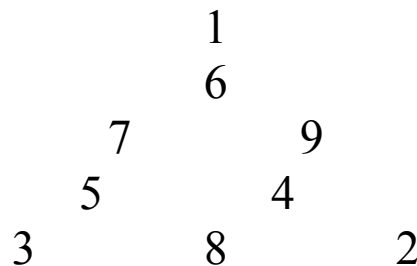
67 Triangular number tiles

Interchanging any or all of the pairs (7,5), (8,6) and (9,4) in the given solution will give another arrangement where the corner triangle numbers total 17. But other arrangements exist whose total is 17 which cannot be achieved in this way and one of them is given below. Also given below are solutions where the totals are 20 and 23.

The transformation $n \rightarrow 10 - n$ will always change a given solution into another solution. Solutions with a total of 17 map onto solutions with a total of 23 and vice versa. Solutions with a total of 20 map onto new solutions with a total of 20.

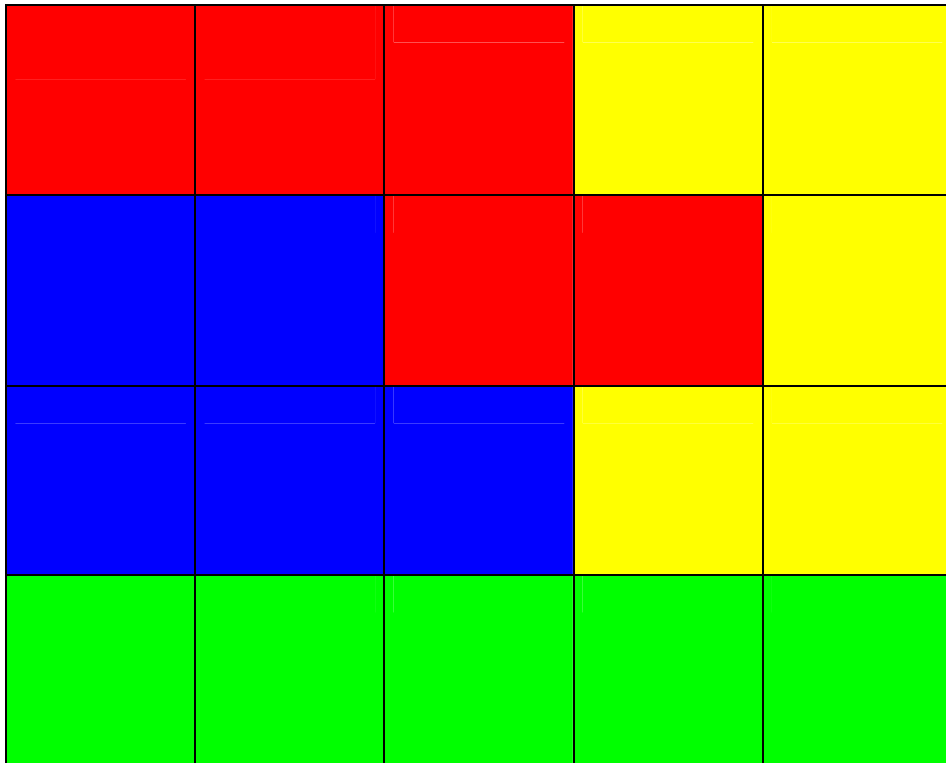


The thinking behind this solution is maximizing the sum. Then 6, 7, 8 are the tiles that should be used in two different corner triangles:



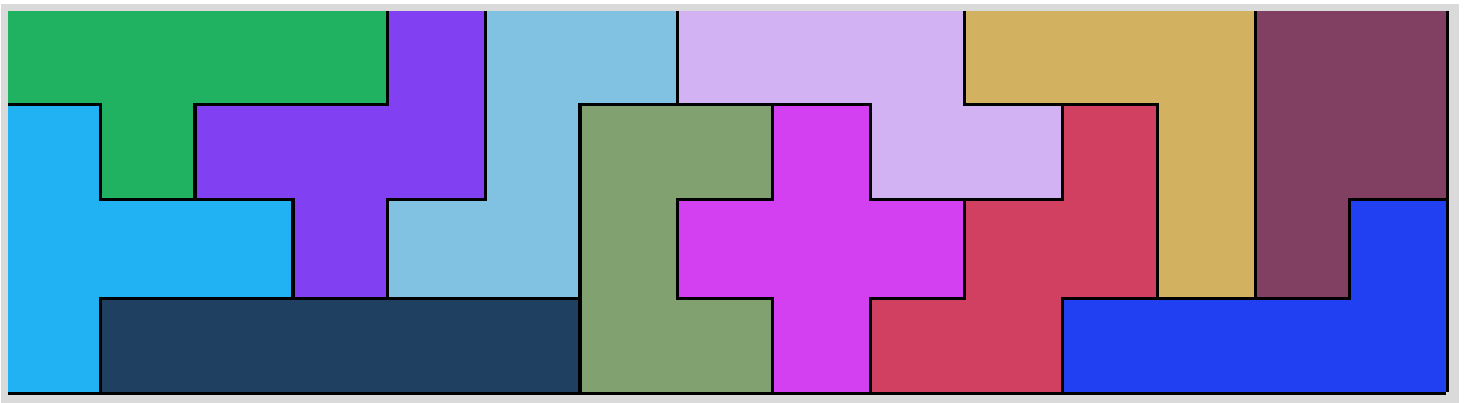
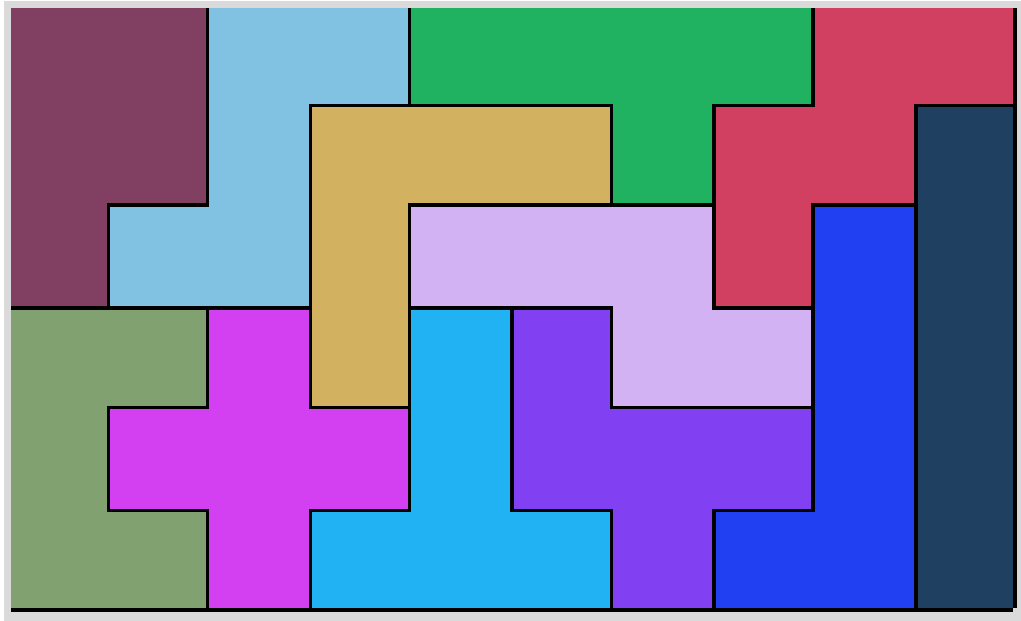
(This means 1-6-7-9 and 7-5-3-8 and 9-4-8-2 and the sum is 23)

5. RECTANGLES OF PENTOMINOES



It is possible to make 5x5 squares

One can use all pentominoes to make rectangles of size 3x20, 4x15, 5x12 and 6x10



6. WHY DOES IT WORK?

The products will always add up to 49, due to the fact that the sum of two opposite faces of a dice is always 7.

Each example may be explained as follows:

Green: 2 Red: 6 gives:

$$2 \times 6 = 12$$

$$2 \times 1 = 2$$

$$5 \times 6 = 30$$

$$5 \times 1 = 5$$

Sum:

$$2(6+1) + 5(6+1) = 2 \times 7 + 5 \times 7 = (2+5)7 = 7 \times 7 = 49$$

A general proof:

$$G \times R + G \times (7-R) + (7-G) \times R + (7-G)(7-R) =$$

$$GR + 7G - GR + 7R - GR + 49 - 7R - 7G + GR = 49$$

Eksta 1

Fresh Fruit Find

Item	Number purchased	Cost
pears	8	40 kr
grapefruit	6	15 kr
oranges	5	10 kr
lemons	6	10 kr
pineapples	1	20 kr
apples	5	15 kr
Total	31 pieces of fruit	110 kr

- The amount they spent on each kind of fruit was a multiple of 5 kr.
- They spent the most on pears.
- The cost of all the oranges was the same as the cost for all the lemons.
- They bought just one pineapple because it would serve the whole family. It cost half as much as all of the pears.
- They spent the same amount on grapefruit as on apples, but got one more grapefruit than apples.

prosjektoppgaver

PROSJEKTOPPGAVEN

Alle klasser som deltar i KappAbel oppfordres til å gjennomføre prosjektoppgaven.

De ulike landene har egne regler for prosjektkonkurranser som går uavhengig av semifinalen.

Klassene som deltar i semifinalen for KappAbel, skal gjennomføre en prosjektoppgave i matematikk som en del av semifinalen. Hele klassen skal være med i arbeidet med prosjektet, som vil telle 50% i semifinalen.

Erfaringer viser at de som lar arbeidet med prosjektet gå over en lengre tidsperiode, oppnår bedre resultater enn de som starter sent, selv om arbeidsmengden ikke behøver å være så forskjellig.

Prosjektarbeidet vil bli bedømt av en jury satt sammen av lærere, matematikere og en ekspert som er utvalgt spesielt med henblikk på prosjekttemaet hvert år. Grunnlaget for bedømmelsen er

1. En prosesslogg
2. En faglig rapport
3. En publikumsvennlig presentasjon av prosjektet som omfatter både en utstilling og en muntlig fremføring.

Nedenfor vil vi presisere hvilke retningslinjer klassene skal gå etter i forhold til prosesslogg, faglig rapport og presentasjon, og hvilke kriterier som blir brukt ved bedømmingen.

Alle må velge samme tema for prosjektet. Det blir oppgitt ved skolestart hvert år, slik at klassene kan begynne å planlegge prosjektet så tidlig som mulig.

Et prosjekt blir best hvis elevene tar utgangspunkt i noe de lurer på. Da er forskertrangen størst, og de kan få svar på spennende spørsmål. Underveis i arbeidet med å finne svar på spørsmålene, dukker det helt sikkert opp uventede ting som gjør at spørsmålene må omformuleres, eller det stilles nye spørsmål. Dette vil vi gjerne høre om i loggene!

Temaene for prosjektene vi gi rom for stor frihet. Bare fantasien setter begrensninger. Men hele tiden skal matematikken skal stå i fokus. Uansett hva elevene velger å undersøke, skal de jobbe med "matematiske briller"!

Det er viktig at matematikken blir synliggjort gjennom hele arbeidet med prosjektet.

1. Prosesslogg

Det skal skrives logg fra arbeidet med prosjektet.

Loggen skal gi svar på:

- Hvordan klassen kom frem til problemstillingen de har arbeidet med.
- Hva som er gjort under hver arbeidsøkt i prosjektperioden, hvilke faglige problemer som oppstår, og hva som gjøres for å løse dem.
- Hvordan samarbeidet i gruppen/klassen har fungert.
- Hvordan elevene selv til slutt vurderer det arbeidet de har gjort med prosjektet, ut fra de vurderingskriteriene som er gitt nedenfor.

Prosessloggen skal være på maksimum 3 maskinskrevne A4-sider

2. Faglig rapport

Den faglige rapporten skal inneholde

1. Forside med opplysning om emne, klasse og dato for ferdigstilling.
2. Forord der problemstilling klargjøres og begrunnes.
3. Hoveddel som beskriver arbeidet med problemstillingen. Denne delen skal vise hvilke spørsmål det er arbeidet med, hvilke resonnementer og beregninger som er utført og hvilke resultater disse fører til. Det oppfattes som positivt hvis elevene kan få frem hvordan nye oppdagelser og problemstillinger dukket opp underveis i arbeidet.
4. Konklusjon: Kort oppsummering med svar på de spørsmål og problemstillinger som var utgangspunkt for arbeidet
5. Kilder: Tittel og forfatter på alt materiale som er benyttet under arbeidet med prosjektet: bøker, filmer, internettsider, brosjyrer, intervjuer osv.

Den faglige rapporten skal være på inntil 6 maskinskrevne A4-sider, utenom forsiden og kildehenvisningene.

3. Publikumsvennlig presentasjon

a. Utstilling:

Det som skal stilles ut, må få plass i en eske som ikke er større enn 1/2 kubikkmeter. Hvis det lages plakater, skal det ikke være mer enn to A1-plakater, og resten skal få plass på et rektangulært bord som er 1m langt og 50cm bredt. Det er viktig at dette overholdes.

Prosjektoppgaven skal stilles ut i lokalitetene for runde 3 i konkurransen.

b. Fremføring:

De fire elevene som representerer klassen i semifinalen, skal gi en muntlig presentasjon av prosjektet på 10 minutter. Fremføringen skal foregå etter oppgavedelen av runde 3, med de øvrige KappAbel-deltakerne som tilhørere.

Vurdering:

Ved bedømmingen av prosesslogg og faglig rapport blir det *lagt vekt på*

- ☐ originalitet, kreativitet og faglig fordypning
- ☐ i hvilken grad elevene klarer å kommunisere hvordan arbeidet med prosjektet har utviklet seg
- ☐ i hvilken grad det går frem av de skriftlige produktene at de har oppdaget og forstått det matematiske innholdet i temaet.

Ved bedømmelsen av utstillingen og fremføringen blir det lagt vekt på

- ☐ i hvilken grad matematikken blir synliggjort gjennom den publikumsvennlige presentasjonen.
- ☐ i hvilken grad den publikumsvennlige presentasjonen vil vekke matematikkinteresse hos andre barn og unge
- ☐ den kunstneriske utformingen av prosjektutstillingen.

Poeng til 3. runde:

Oppgavedel	inntil 40 poeng
Prosesslogg og faglig rapport	inntil 25 poeng
Utstilling og fremføring	inntil 15 poeng

Oppgavedelen av 3. runde skal løses av fire representanter fra klassen. Det **skal** være to jenter og to gutter på laget. Det eneste unntaket som aksepteres, er hvis det ikke finnes to jenter eller to gutter i klassen.

De tre beste lagene fra 3. runde, vil gå videre til finalen. Ved lik poengsum gis ekstraoppgaver inntil de tre finalelagene er klare.

Vinnerlagene fra landsfinalene går videre til den nordiske finalen.

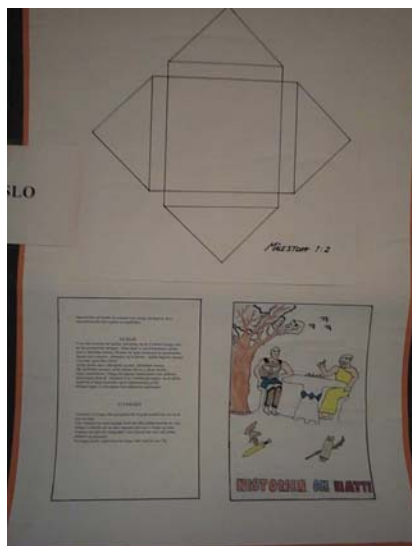
.

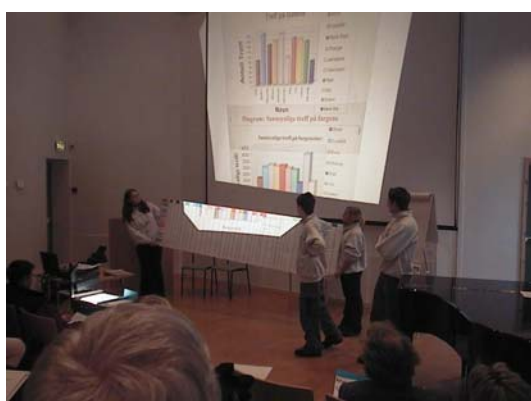
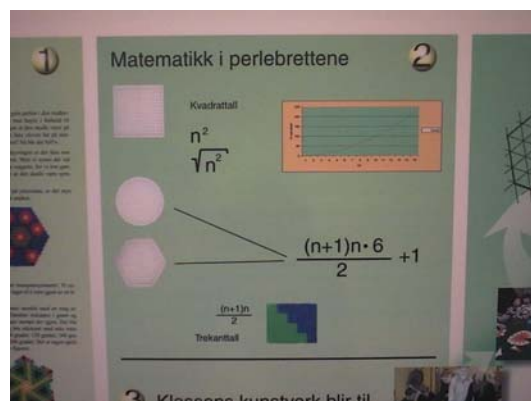
Bilder fra prosjektoppgavene

1. Matematikk i naturen

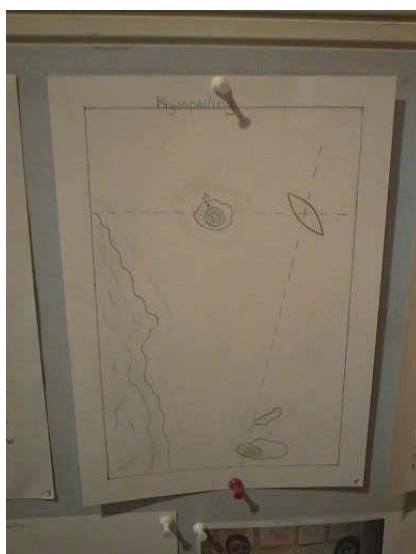


2. Matematikk i spill og lek





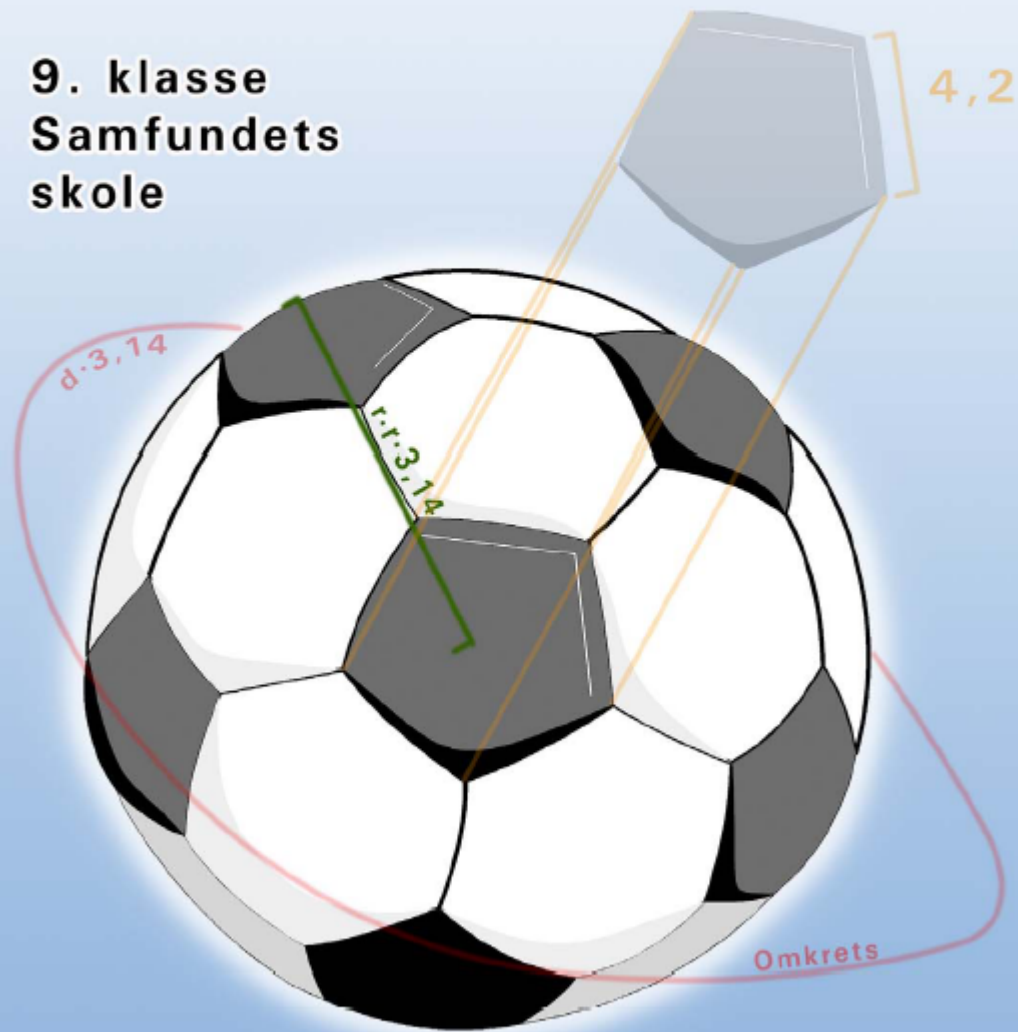
3. Matematikk i lokal kunst, kultur- eller håndverkstradisjoner



PROSJEKTRAPPORT

Matematikk i fotballen

9. klasse
Samfundets
skole



22.03.2002

 		Innhold PROSESSLOGG 1 FAGRAPPORT 5 Forord 5 Regulære romlegemer 5 Eulers polyedersetning 5 Hva slags matematikk finner vi i en fotball? 6 Hvordan kan vi lage en fotball? 6 Hvordan konstruerer vi en regulær sekskant? ... 6 Hvordan konstruerer vi en regulær femkant? ... 6 Vinkelsummen i mangekanter 6 Det gyldne snitt 8 Hvorfor heter det 4-erball og 5-erball? 8 Hva vet folk om en fotball? 9 Spørreundersøkelse om fotballen 9 Konklusjon 10
--	--	--

Kilder PostScript-program som lager polyedermaler - Ole Amtsen Internettadresse: http://www.it.uib.no/~amtsen/polyeder/ Ma2, løsningsforslag til arbeidsoppgave 5, uke 05- Per Storfossen Internettadresse: http://www.him.no/storfossen/mal205.htm Arkitektur og matematikk. Hefte 2, Empire og sveitserstil - Svein Torkildsen, Sigmund Aamodt og Tobias Andersen. Regnereisen Oppgavebok 9, Breiteig - Pedersen - Skoogh Aschehoug og Gyldendals store leksikon. Helix 8 - Isnes, Kristensen, Tysdahl, Østveit Tilfeldige personer som har svart på spørreundersøkelsen.	
--	---

Prosesslogg

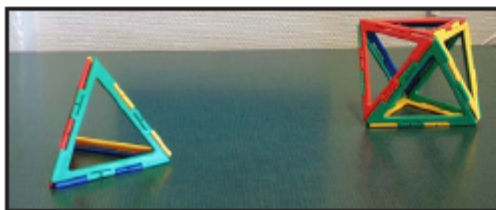
Allerede fra starten syntes vi det var gøy å være med i Kapp Abel. Selv om vi ikke skulle gå videre til semifinalen hadde vi likevel lyst til å gjennomføre prosjektet. Derfor begynte vi så smått å tenke på «matematikk og sport» allerede før jul. Vi visste også at det var lurt å starte tidlig, så vi fikk tid til å tenke ut gode problemstillinger.

Problemstillingene vi foreslo var mange og varierte. Det ble blant annet foreslått å studere mønster på snowboard, hvordan kjeglene i bowling står, vinkler i biljard, høyder og lengder i friidrett osv. Vi lurte også på å studere sjakkbrettet, ulike spilleformasjoner i fotball, og hvordan man får et optimalt kast med bumerang. Bumerangen dukket opp fordi en elev fant en formel i Donald Duck som beskrev bumerangens bane! Men en av jentene mente at vi ikke bare måtte sitte å regne hele tiden, vi måtte gjøre noe praktisk også. Da spratt en av guttene opp og foreslo at vi kunne lage en fotball!

Det endte med at vi bestemte oss for å lage en fotball i lær. Noen gutter mente at den skulle være så bra at vi kunne bruke den etterpå. Dermed var interessen for prosjektet tent, og den ble selvfølgelig enda større da vi fikk rede på at vi hadde gått videre til semifinalen. Nå var det bare å stå på!

Torsdag 24.01.02 (tre timer)

Mens vi tenkte på hva slags matematikk vi kunne finne i fotballen, gav læreren oss en oppgave med regulære trekkanter, firkanter og femkanter. Av disse figurene laget vi forskjellige romlegemer. Vi fant fem forskjellige og lærte at de heter: Tetraeder, oktaeder, ikosaeder, dodokaeder og heksaeder. På disse forskjellige figurene telte vi hvor mange hjørner, kanter og sideflater det var. Vi fant en sammenheng som kalles Eulers polyedersetning.



Etterpå fikk vi arbeide litt fritt. Inspirert av Eulers setning prøvde to grupper å finne en måte å regne ut hvor mange sømmer/kanter og møtepunkter det er i fotballen ved bare å vite antall lapper.

En gruppe begynte å lage første utkast av en fotball med polydron byggeklosser i plastikk. Vi er litt usikre på om det er noe galt med målestokken, for fotballen ble ikke helt rund. Er femkantene for store i forhold til sekskantene?



Torsdag 31.01.02 (to timer)

Forrige gang var vi i tvil om det var noe galt med målestokken i fotballen vi lagde, men i dag fant vi ut at den er riktig. Grunnen til at fotballen ikke er rund er jo at byggeklossene er flate, det har ingenting med målestokken å gjøre. I begynnelsen av arbeidsøkta tvilte vi også på om sekskantene og femkantene i en fotball er regulære. Ved å måle vinklene på fem- og sekskantene i fotballen fant vi ut at de er regulære.

Tre jenter fikk lyst til å gjennomføre en spørreundersøkelse. De ville finne ut hvor mye kunnskap folk har om fotballen. Vet folk hva slags geometriske figurer en fotball er bygd opp av?

Av læreren ble vi rådet til å lage en matematisk oppskrift, hvis vi skal lage en fotball. Da må vi vite hvordan vi skal lage regulære femkanter og sekskanter. Noen fant en veldig grei måte å konstruere sekskanter

på. Men verken vi eller læreren klarte å konstruere en femkant.

Vi snakket også om hvilke egenskaper de fire elevene som skal representere klassen i semifinalen, må ha. Vi kom frem til at:

- De må være effektive.
- Kunne samarbeide.
- Være gode i matematikk, spesielt «nøtter».
- Være gode til å fremføre og snakke for seg.
- Ikke tenke så innviklet at det enkleste glemmes.
- Kunne bedømme om svaret er sannsynlig.
- Klare å konsentrere seg, ikke stresse.
- Engasjere seg i prosjektet.

Mandag 04.02.02 (en time)

I dag valgte vi de fire elevene som skal representere klassen i semifinalen. Hanne, Kristian, Steffen og Ida Elisabeth ble valgt. Monica og Richard er reserver. Vi diskuterte matematikken i en fotball. Det finnes både 4-erballer og 5-erballer. Vi lurte på hvorfor det heter 4-erball og 5-erball. Vi laget fem hypoteser som vi skal teste ut.

Torsdag 07.02.02 (to timer)

I dag testet vi hypotesene våre. Det riktige er at 4-erballen rommer 4 liter og 5-erballen 5 liter. De andre



hypotesene stemte ikke. Noen jobbet videre med spørreundersøkelsen og utdypet den. De begynte også å spørre folk. Mange arbeidet med å konstruere femkanter, men det var fortsatt ganske problematisk.

En gruppe tok fra hverandre fotballen vi hadde laget i byggeklosser. De ville også lage en arbeidstegning slik at vi kan sette fotballen lett sammen. Vi ville lage en tegning av fotballen når den ligger flat ut, i planet som det heter. Først fant vi en femkant som skulle være i midten. Deretter begynte vi å dra i hver vår ende i byggeklossene. Vi fant ut at det ikke gikk å la fire jenter dra i fotballen fra hver sin side. Det ble bare kaos, og vi fikk den ikke til å ligge flat på pulten.

Så begynte to jenter å arbeide litt mer systematisk. De fant en bunn og en topp. Toppen tok de av. Deretter tok de fotballen fra hverandre i et mønster. Etterpå sjekket de at det gikk an å sette den sammen slik. Det

mønsteret vi fikk når fotballen var flat, tegnet vi over på en plakett. En av guttene brukte tegningen til å kutte opp en brukt fotball og brette den ut i et stykke. Han ville finne ut hvordan den var sydd sammen. Det må vi vite når vi skal lage vår fotball.

Mandag 11.02.02 (en time)

I dag kontrollerte vi at vi hadde fått med alt i gruppeloggene. Så fortalte hver gruppe for klassen hvor langt de hadde kommet i arbeidet, og hvor de eventuelt satt fast. Vi ble enige om at de som hadde anledning, måtte gå hjem og spørre om hjelp til å konstruere femkanten. Gruppen som skal lage spørreundersøkelsen fikk et tips om at de burde teste den ut på noen få personer før de begynner å spørre mange.

Torsdag 14.02.02 (to timer)

Noen elever holdt på med spørreundersøkelsen, mens andre studerte vinkelsummen i mangekanter og fant en sammenheng. Faren til en jente i klassen hadde tipset læreren om hvordan vi kan konstruere en femkant. Dette arbeidet mange med, og vi klarte å konstruere noen femkanter. Det var godt å kjenne at det endelig løsnet!



Mandag 18.02.02 (en time)

I dag diskuterte vi hvordan utstillingen og fotballen skal se ut. En elev kom på at han hadde sett et Newton-program om hvordan man lager en fotball i lær. Vi skal prøve å få tak i dette programmet på AV-sentralen.

Torsdag 21.02.02 (to timer)

Tre grupper prøvde å lage en beskrivelse av hvordan man konstruerer en femkant. Noen var nede på

Intersport og spurte om tips til å lage fotballen. De ble anbefalt å ringe til Umbro.

To gutter fant ut mer om det gylne snitt som vi hadde funnet i femkanten. De lurte på hva som var så spesielt med det gylne snitt og hvor man finner det. Dessverre har vi ikke plass i fagrapporten til å skrive om alt de fant ut!

Vi har vært i kontakt med Newton redaksjonen i NRK og Adidas i forbindelse med filmen. Filmen kan vi dessverre ikke få tak i. Vi har også vært i kontakt med Umbro og Adidas for å få noen tips om hvordan vi kan sy en fotball i lær. Vi skjønner at fotballen blir sydd med innsiden ut til å begynne med. Etterpå vrenses den. Men det blir vanskelig å få til den siste sømmen som skal «lukke» fotballen. En ansatt på Umbro har sett hvordan det gjøres, men det var i Pakistan så det blir jo litt langt å reise! For i dag husker han det ikke. Det «læret» som fotballene blir laget av, kan verken Umbro eller Adidas skaffe oss. De får tilsendt fotballene fiks ferdig! De anbefalte oss derfor å lage fotballen i et annet materiale.

Læreren vår har funnet et PostScript-program på Internett. Programmet kan skrive ut maler for romlegemer. Malene kan vi klippe ut og lime sammen. Læreren vår fikk ikke programmet til å virke, så han sendte en mail til Ole Arntzen, som har laget det. Arntzen laget en fotball og sendte den til oss. Vi sammenlignet Arntzens tegning med den tegningen vi allerede hadde laget. De var ikke helt like, men begge modellene gir en fotball når de settes sammen. Vi prøvde også å lage en fotball i papir etter Artsens modell. Det var vanskelig, fordi papiret var tynt og ballen liten. Det ble mye bedre når vi forstørret malen og brukte tykkere ark.



Torsdag 07.03.02 (to timer)

I dag fikk vi en idé til utstillingen. Vi fargelegger den fotballmalen vi fikk gjennom Internett og lager fotballer som vi henger opp.

Tre jenter skrev resultatene fra spørreundersøkelsen inn på data, og laget diagrammer av det. De så at vi nesten bare hadde spurt unge folk. Vi fant derfor ut at vi måtte få noen flere eldre med i undersøkelsen. Alle i klassen fikk to spørreskjemaer. Så nå er det bare å gå hjem og spørre noen over 50 år!

Fredag 08.03.02 (to timer) og mandag 11.03.02 (to timer)

Disse to dagene skrev vi på fagrapporten og prosessloggen.

Onsdag 13.03.02 (en time)

I dag diskuterte vi om vi skal lage en fotball i stoff eller tre. Vi skrev opp fordeler og ulemper med begge materialene. Vi vil også ha en stor plakat i utstillingen. Vi diskuterte hvordan den skal se ut.

Torsdag 14.03.02 (to timer)

Læreren vi har i kunst og håndverk er flink med grafikk og data. Han kan hjelpe oss med å lage en plakat til utstillingen. I dag laget vi skisser som forteller hva vi vil ha med på plakaten og hvordan den skal se ut. Nå skal han komme med et forslag som vi kan kommentere. Vi vil gjerne takke Tobias Andersen for hjelpen.

Vi arbeidet også med å gjøre prosessloggen og fagrapporten ferdig.

Mandag 18.03

I dag må vi levere rapporten til redigering, derfor rekker vi ikke å skrive mer. Men vi har tenkt å bruke de neste dagene til å lage en fotball. Vi må prøve det vi har lært i praksis, og så vil vi jo ha en fin utstilling!

Når vi ser tilbake på prosjektperioden er vi godt fornøyd med arbeidet vårt. Vi mener selv at det var en original og god idé å lage en fotball. Dermed fikk prosjektet vårt en fin blanding av teori og praksis. Vi synes også det er gøy at vi kan få svar på spørsmål som vi ikke visste svaret på i utgangspunktet. Det var mer spennende matematikk i fotballen enn vi ante da vi startet!

Det var litt dumt at vi ikke kunne lage fotballen i lær, men det førte faktisk til at vi måtte være veldig kreative for å finne en god erstatning. Som dere ser i rapporten har vi brukt en del tid på å diskutere hvordan vi skal lage fotballen. I dag bestemte oss for å sy en "Abelball" i tøystoff, og vi er sikker på at den skal bli fin!

Fagrapporten

Forord

Hvorfor valgte vi å studere fotballen? Det var nok fordi vi så en mulighet til å gjøre mye praktisk arbeid, ikke bare sitte ved en pult og regne. Dessuten så vi ganske fort at det var mye matematikk i fotballen.

Da vi hadde valgt å studere fotballen, diskuterte vi hvordan vi skulle angripe prosjektoppgaven. Vi ble enige om å lage en oppskrift som viser hvordan vi kan lage en fotball helt fra bunnen av.

Klassen hadde nettopp studert Eulers polyedersetning i matematikktimene. Derfor lurte noen på om denne setningen gjaldt for fotballen. Vi lurte også på hvorfor det kalles 4-erball og 5-erball, og laget fem hypoteser som vi ville undersøke.

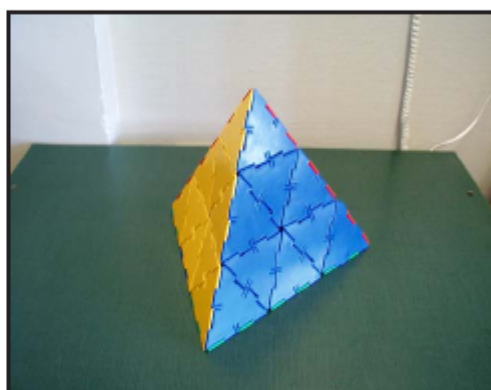
Noen elever hadde lyst til å lage en spørreundersøkelse, for å undersøke om barn og voksne vet hvordan fotballen er bygd opp.

Vi samlet problemstillingene våre i to deler:

Del 1: Hva slags matematikk finner vi i en fotball?

- Gjelder Eulers setning i en fotball?
- Hvordan setter vi sammen femkanter og sekskanter så det blir en fotball?
- Hvordan konstruerer vi regulære femkanter og sekskanter?
- Hvorfor heter det 4-erball og 5-erball?

Del 2: Hva vet folk om fotballen?



Regulære romlegemer

Vi fant ut hvor mange kanter, hjørner og sideflater det var på hvert av de regulære romlegemene:

	Tetraeder	Oktaeder	Ikosaeder	Dodekaeder	Ikosaeder
Hjørner	4	6	8	20	12
Kanter	6	12	12	30	30
Sideflater	4	8	6	12	20

Eulers polyedersetning

Deretter gav læreren oss i oppgave å se om vi kunne finne en formel som passet til romlegemene. Han sa: «Prøv om dere kan bruke alle fire regneartene og lage et regnestykke som gir to til svar».

Vi begynte med tetraederet og telte kantene, hjørnene og sideflatene. Da fant vi ut at hvis vi plussset hjørnene med sideflatene, og tok bort kantene, fikk vi 2. Dette

testet vi på de andre regulære romlegemene vi hadde bygd. Vi fant ut at sammenhengen gjaldt i alle.

Dette gir formelen: Hjørner + sideflater - kanter = 2.
Forkortet: $H + S - K = 2$.

Vi ville nå finne ut om dette kunne fungere på fotballen. Læreren vår fortalte oss at denne formelen heter Eulers polyedersetning. Han trodde ikke Eulers setning ville gjelde for fotballen, men det sa han ikke til oss, og oppmuntret oss i stedet til å undersøke det. Da vi telte fant vi 60 møtepunkter (hjørner), 90 sømmer (kanter) og 32 lapper (flater). $60 + 32 - 90 = 2$. Det vil si at Eulers formel stemmer på fotballen, og at læreren vår tok feil.

Dette syntes vi var interessant. Senere leste vi litt om Leonhard Euler. Han var en sveitsisk matematiker. Da fikk vi bekreftet at setningen hans gjaldt for alle romlegemer, slik vi tidligere hadde trodd.

Hvordan kan vi lage en fotball?

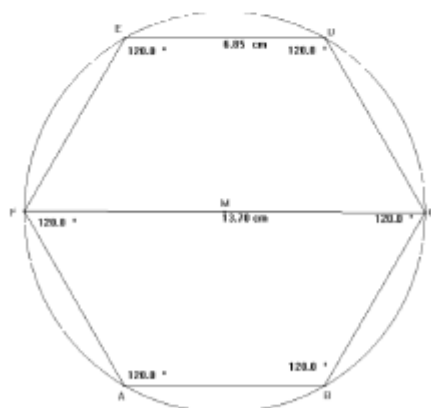
Vi fant ut at det er sekskanter rundt hver femkant i fotballen. Hvis vi legger fotballen ut i planet, kan den for eksempel se slik ut:



Hvordan konstruerer vi en regulær sekskant?

Først lager du et punkt som du kaller M. Deretter setter du passerspissen i M. Så slår du en sirkel. Sett passerspissen et sted på sirkelen, for eksempel i A. Mål opp lengden til M. Sett passerspissen i A og slå en bue fra midtpunktet ut til sirkelen. Du får nå punktet B. Så setter du passerspissen i B, og lager en ny bue lik den forrige. Slik holder du på til du har fått seks punkter på sirkelen. Du trekker så linjer mellom disse punktene til du har fått en sekskant. Det er viktig at du ikke justerer lengden på passeren underveis.

En sekskant har 720° til sammen. Hver vinkel er 120° . Hvis du trekker en linje gjennom sentrum fra et hjørne til det diagonale hjørnet, er denne lengden dobbelt så lang som hver side i sekskanten. Hvis du for eksempel vil ha sidelengdene i sekskanten på 10 cm, lar du radien være 10 cm.



Hvordan konstruerer vi en femkant?

Ved måling hadde vi funnet ut at vinkelsummen i en femkant er 540° . Men fordi det ble en del diskusjon,

spurte vi om læreren kunne hjelpe oss med å bevise at vinkelsummen i en femkant er 540° . Vi trodde vi måtte finne dette fordi vi da kunne dele vinkelsummen på fem og finne ut hvor mange grader hver vinkel i den regulære femkanten er. Da trodde vi at vi skulle greie å konstruere en regulær femkant.



Vinkelsum i mangekanter

Vi regnet ut vinkelsummen i en femkant og en sekskant. Da så vi at det var 180 grader forskjell. Vi trodde at det var 180 grader forskjell hver gang det blir en ekstra kant i mangekantene. Vi tegnet firkanter, femkanter og sekskanter som vi delte i trekanter. Vi delte mangekantene slik at det bare kom vinkler på kantene, og ikke midt inne i selve figuren.



Kanter	3	4	5	6	7	8	9	10
Trekanter i mangekanten	1	2	3	4	5	6	7	8

Her kan vi se at hvis en figur for eksempel har 3 trekanter i seg, er det en femkant. Det er alltid 2 mindre trekanter i figuren enn det er kanter. Dette gjelder uansett om figurene er regulære eller ikke.

Vi vet at vinkelsummen i en trekant alltid er 180° . Vi kan derfor uttrykke det vi har sett slik: Vinkelsum i mangekant = (Antall kanter - 2) * 180

På en forkortet måte: $V = (K-2) * 180$

Det gir disse vinkelsummene:

H, som er det siste hjørnet i femkanten. Hvis du trekker linjestykkene FH og GH, skulle femkanten være helt perfekt konstruert!

Det gylne snitt

Vi vet ikke helt når det gylne snitt ble oppdaget, men det ble i alle fall kalt for det gylne snitt av Leonardo da Vinci på 1500-tallet. Han brukte det gylne snitt i sine kunstverk, for eksempel i menneskestatuene sine. Vi fant ut at det gylne snitt finnes i mange mennesker. Her er noen få av de målingene vi gjorde:

	Høyde i cm (H)	Lengde fra navle til fotsålen i cm (L)	Forholdet mellom H og L
Elev 1	171,5	103	1,665
Elev 2	175	107	1,635
Elev 3	164	100	1,64
Elev 4	165	102	1,617
Voksen	189	117	1,615

Vi fant også det gylne snitt i et vindu på skolen, i blomster og bygninger.

Prinsippet for det gylne snitt kan uttrykkes slik: Et linjestykke er delt ved det gylne snitt når forholdet mellom den store og den lille delen er lik forholdet mellom hele linjestykket og den store delen. Det betyr at:

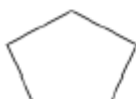
$$\frac{a}{b} = \frac{a+b}{a}$$


Her er et eksempel på denne formelen. Vi har brukt målingene fra elev 4:

$$\frac{102\text{cm}}{63\text{cm}} = \frac{102 + 63\text{cm}}{102\text{cm}}$$

Hypoteser: Hvorfor heter det 4-erball og 5-erball?

Hypotese 1: I en 4-erball er sidelengdene på femkantene og sekskantene 4 cm, og i 5-erballen er sidelengdene 5 cm.



Vi målte sidelengdene på femkantene og sekskantene, og fant ut at sidelengdene i en 5-erball er 4,4 cm. I en 4-erball er sidelengdene 4,2 cm. Dermed fant vi ut at denne hypotesen ikke er riktig.

Hypotese 2: 4-erballen har færre femkanter og sekskanter enn 5-erballen.

Hypotesen stemmer ikke, fordi det er 12 femkanter og 20 sekskanter i begge ballene.

Hypotese 3: Omkretsen er 4 dm i 4-erballen og 5 dm i 5-erballen.

Ved hjelp av et tau og en målestav fant vi ut at omkretsen på en 5-erball er 68 cm. I 4-erballen er omkretsen 66 cm.



Dermed har vi vist at denne hypotesen ikke er riktig.

Hypotese 4: Volumet er 4 liter i 4-erballen, og 5 liter i 5-erballen.

Det var ikke mange i klassen som trodde på denne hypotesen for vi testet den. Vi ble tipset av læreren om å se i naturfagboka for 8. klasse, fordi der stod det noe om hvordan du kan finne volumet av legemer med uregelmessig form, for eksempel en stein. Vi fant ut at vi kan bruke den samme metoden når vi skal måle ut volumet i en ball, selv om fotballen ikke er uregelmessig. I boka står det at hvis vi slipper en stein ned i ei bølge med vann, stiger vannet like mye som volumet av steinen. Dette gjorde vi med 4-erballen og 5-erballen.



Vi tok vann i ei bøtte. Da vi tok oppi 4-erballen steg vannet 4 liter. Med 5-erballen steg vannet 5 liter. Det viser at 4-erballen rommer 4 liter, og at 5-erballen rommer 5 liter. Dermed har vi vist at denne hypotesen er riktig.

Vi ville også finne ut hvordan vi kan regne ut volumet i en ball. Vi fant en formel for volumet av en kule:

$$V = \frac{4 \cdot r^3 \cdot \pi}{3} \quad V = \text{Volumet og } r = \text{radien.}$$

Hvis vi setter inn radiene vi har regnet ut, finner vi at volumet i 4-erballen er 4 liter, og at volumet i 5-erballen er 5 liter. Det stemmer ikke helt for 5-erballen, men det tror vi skyldes måleuøyaktighet når vi fant diameteren.

Hypotese 5: Radien eller diameteren er 4 dm i 4-erballen og 5 dm i 5-erballen.

Vi målte omkretsene og fant ut at i en 5-erball er omkretsen 68 cm, og i en 4-erball er omkretsen 66 cm.

Forholdet mellom omkrets og diameter er:

$$O = \pi \cdot d \text{ eller } O = \pi \cdot (2 \cdot r).$$

Da fikk vi disse tallene:

4-erball: Diameteren = $66 \text{ cm} / 3.14 = 21.02 \text{ cm}$
Radien = $21.02 \text{ cm} / 2 = 10.51 \text{ cm}$
5-erball: Diameteren = $68 \text{ cm} / 3.14 = 21.66 \text{ cm}$
Radien = $21.66 \text{ cm} / 2 = 10.83 \text{ cm}$

Hypotesen stemmer ikke.

Hva vet folk om fotballen?

Her er noe av det vi fant ut da vi tolket resultatene vi fikk inn gjennom spørreundersøkelsen:

Spm. nr. 1 viser at godt over halvparten av de spurte aldri spiller fotball. Veldig få spiller fotball hver dag eller annenhver dag.

Spm. nr. 2 viser at vi hadde spurt flest i aldersgruppen 0-19 år og 40-49 år. Det viser seg også at vi har spurt veldig få over 60 år, selv om vi forsøkte å spørre eldre folk.



Spm. nr. 3 viser at de fleste trodde det var matematikk i oppbygningen av en fotball. Grunnen var nok at vi sa at vi var med i en matematikkonkurranse da vi presenterte oss. Hvis vi hadde foretatt denne spørreundersøkelsen igjen, ville vi nok tatt bort dette spørsmålet.

Spm. nr. 4 viser at godt over halvparten ikke kunne forklare hvordan fotballen er bygd opp.

Av de som påstod at de kunne forklare det, fant vi få gode svar.

Uten hjelp svarte 18 personer at fotballen er bygd opp av femkanter, og 18 personer fikk med sekskanter. Med hjelp svarte 24 av 86 personer at det var femkanter den var bygd opp av, mens 25 av de som fikk hjelp, svarte at de trodde den var bygget opp av sekskanter. Det var faktisk en del som svarte at den var bygget opp av åttekanter. Resten jevnet seg ut.

Spm. nr. 5 viser at det bare var 1 av 114 som uten hjelp kunne si hvorfor det heter 4-erball og 5-erball.

Når folk fikk hjelp av hypotesene ble svarene veldig spredd. Det viser kanskje at folk ikke har så mye peiling? De samlet seg i alle fall ikke om det riktige svaret, selv om de fikk hjelp.

Hvis du studerer tallene i spørreundersøkelsen ser du at ikke alle har svart på alle spørsmålene. På spm. 4a har det sannsynligvis blitt gjort en tellefeil. Antall svar på dette spørsmålet er noe høyt. Vi kan ikke hatt tid til å telle gjennom svarene på nytt.

Konklusjon

Vi har i grunnen fått svar på alle spørsmålene vi hadde da prosjektet startet. Nå vet vi hvordan fotballen er bygd opp og hvordan vi kan lage en fotball helt fra bunnen av. Underveis ble vi likevel overrasket over at så få andre kunne svare på de spørsmålene vi arbeidet med. Mange visste for eksempel at 4-erballen er mindre enn 5-erballen, men det var bare en av de vi spurte som kunne svare helt presis uten at vi hjalp til. Selv folk som arbeider med fotballer til daglig var ikke klar over at en 4-erball rommer 4 liter og en 5-erball 5 liter. Det overrasket oss!

Mot slutten oppdaget vi at ikke alle fotballene på markedet er bygd opp av 5-kanter og 6-kanter. Vi tror for eksempel at Mitreballene likner på en basketball eller volleyball, men vi har ikke fått et helt klart svar på det. I butikken fant vi i alle fall en ny fotballtype som er bygd opp av tolvkanter. Vi har likevel inntrykk av at de vi spurte tenkte på en "vanlig" fotball når de svarte på spørreundersøkelsen vår. Vi tror derfor ikke at dette har påvirket undersøkelsen, men vi kan ikke utelukke det helt.

De gøyeste timene har vi hatt når vi har jobbet med noe praktisk, for eksempel når vi laget fotballer i papir. Det var også artig å lage kreative forslag til hvordan fotballen vår kunne se ut. Nå gleder vi oss til å sy fotballen! Det mest slitsomme var nok å skrive oppdagelsene vår inn på data. Da måtte vi være så nøye for at andre skulle forstå det! Dessuten måtte vi stadig forkorte og skrive om, og det ble vi litt lei av i lengden!

Underveis har vi kikket litt på håndballen. Den er også bygd opp av regulære femkanter og sekskanter. Hvis vi hadde hatt tid kunne vi undersøkt håndballen enda nøyere. Hvor stort volum har håndballen? Brukes volumet til å angi størrelsen på håndballen? Her ser vi muligheter til å utvide prosjektet.

Vårt hovedinntrykk er altså at folk ikke har særlig mye kunnskap om hvordan fotballen er bygd opp. Vi synes likevel ikke at det er rart, for vi hadde heller ikke peiling på så mye av dette før vi startet med prosjektet. Det forteller oss at det sikkert er matematikk i mange ting vi har rundt oss som vi aldri tenker over. Kanskje vi blir litt mer oppmerksomme på matematikken i dagliglivet i fremtiden?



Vedlegg

Spørreundersøkelse om fotballen

Forslag:

"Vi går i 9.klasse ved Samfundets skole og er kommet til semifinalen i Kapp.Abel, en matematikkonkurranse for 9.klasser i Norge (og Norden). Vi holder nå på med et prosjekt om matematikk og sport og lurte på om du vil svare på noen få spørsmål."

Spørsmål 1

Hvor ofte spiller du fotball?

Hver dag Annenhver dag En eller to dager i uka Av og til Aldri

Spørsmål 2

Alder.

0-9 10-19 20-29 30-39 40-49 50-59 60-69 70-79 80-89 over 90

Spørsmål 3

Tror du det finnes matematikk i oppbygningen av en fotball?

Spørsmål 4

a) Kan du forklare hvordan en fotball er bygd opp?

Ja Nei

Hvis de svarer ja skriver du ned forklaringen her:

Hvis ja: Kan du forklare hvorfor du visste det?

Hvis den du spør svarer nei:

b) Hvilke geometriske figurer tror du fotballen er bygd opp av?

Hvis den du spør trenger enda mer hjelp:

c) Hvilke av disse geometriske figurene tror du fotballen er bygd opp av?

Trekanter Firkanter Femkanter Sekskanter Syvkanter Åttekanter Sirkler

Spørsmål 5

a) Noen fotballer er kalles 4-erballer og noen kalles 5-erballer. 4-erballer er mindre enn 5-erballene og brukes derfor til barn og unge. 5-erballen brukes av voksne. Vet du hvorfor det heter 4-erball og 5-erball?

b) Vi har noen forslag. Tror du det er fordi:

Hypotese (gjetting)	Ja	Nei	Vet ikke
I en 4'erfotball er sidelengdene på femkantene og sekskantene 4 cm, og i 5'erfotballen er sidelengdene 5 cm.			
4'erballen har færre femkanter og sekskanter enn 5'erballen.			
Omkretsen er 4 dm i 4'erfotballen og 5 dm i 5'erfotballen.			
Volumet er 4 liter i 4-erballen og 5 liter i 5-erballen.			
Radiusen eller diameteren er noe med 4 dm i 4'erballen og noe med 5 dm i 5'erballen.			

Til slutt:

"Takk for at du deltok i undersøkelsen!"

Spørreundersøkelse

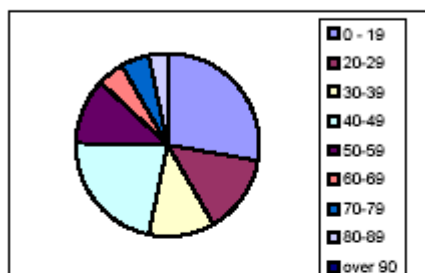
1. Hvor ofte spiller du fotball?

Hver dag	8
Annen hver dag	4
En eller to dager i uka	14
Av og til	21
Aldri	72



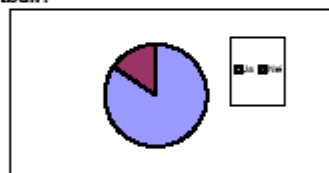
2. Aldersfordeling

0 - 19	34
20-29	17
30-39	14
40-49	27
50-59	14
60-69	6
70-79	6
80-89	4
over 90	0



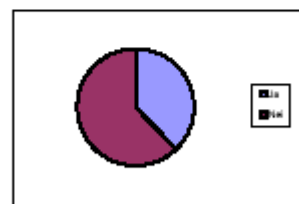
3. Tror du det finnes matematikk i oppbyggingen av en fotball?

Ja	104
Nei	19



4a. Kan du forklare hvordan en fotball er bygd opp?

Ja	51
Nei	84



Uten hjelp:

4 b. Hvilke geometriske figurer tror du fotballen er bygd opp av?

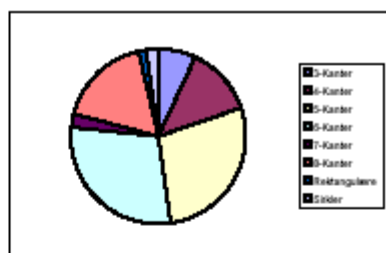
3-Kanter	3
4-Kanter	5
5-Kanter	18
6-Kanter	18
7-Kanter	0
8-Kanter	5
Sirkler	4



Med Hjelp:

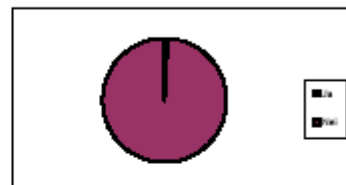
4 c. Hvilke geometriske figurer tror du fotballen er bygd opp av?

3-Kanter	6
4-Kanter	11
5-Kanter	24
6-Kanter	25
7-Kanter	2
8-Kanter	15
Rektangulære	1
Sirkler	2



5a. Vet du hvorfor det heter 4-erball og 5-erball?

Ja	1
Nei	113



5 b. Hypotese (gjetting)

	ja	nei	vet ikke
Hypotese 1	43	31	37
Hypotese 2	35	42	28
Hypotese 3	29	39	37
Hypotese 4	42	33	33
Hypotese 5	24	44	37

